L'ARTICOLO DI ARNOLD E I RAPPORTI TRA STORIA DELLA CULTURA E SCIENZA ESATTA *

Lucio Russo

Credo che l'interesse dell'articolo di Arnold che precede questo intervento trascenda largamente il suo oggetto diretto, ossia la matematica e i rapporti tra matematica e fisica.[1] Una polemica culturale così vigorosa all'interno della scienza esatta, e da parte di uno dei suoi massimi esponenti, può fornire infatti anche un importante contributo alla chiarificazione di una questione che continua a essere avvolta da pericolosi equivoci: quella dei rapporti tra scienza e storia della cultura.

Fino ad alcuni decenni fa nell'ambito della cultura marxista era abbastanza diffusa la polemica contro la "pretesa neutralità" della scienza. La scienza era considerata da alcuni una "sovrastruttura" che avrebbe dovuto essere spiegata in termini delle strutture socioeconomiche che l'avevano generata. Secondo le più estremiste di queste posizioni sarebbe stato possibile spiegare la meccanica newtoniana come una manifestazione culturale della borghesia capitalistica, così come, d'altra parte, la tragedia greca avrebbe dovuto

* Questo articolo è basato sul mio intervento al convegno *Perché l'Antico* (Firenze, 28/1/2000).

[1] Chi non ha letto l'articolo può forse essere stato tratto in inganno dal titolo, che fa pensare a un articolo di didattica. In realtà, poiché l'insegnamento della matematica di cui parla Arnold è quello destinato alla formazione dei matematici professionisti, il suo obiettivo polemico (come è chiaro sin dalle prime frasi) non è una particolare concezione didattica, ma un modo di concepire la matematica che è alla base di scelte sia didattiche sia scientifiche.

essere spiegata come un epifenomeno della struttura economica dell'Atene del V secolo. Oggi, anche se questa terminologia è caduta in disuso, la riduzione in termini sociologici della storia della scienza è ancora largamente tentata, come Sokal ha brillantemente dimostrato con la sua burla.[2]

Alle grottesche posizioni di chi ha pensato di poter "demistificare" la natura "borghese" o "maschilista" della meccanica dei fluidi o della geometria differenziale viene in genere contrapposta la convinzione che l'origine storica di una teoria scientifica è irrilevante, in quanto le "scienze dure", essendo utilizzabili da chiunque, non hanno relazione con le civiltà da cui sono prodotte e tanto meno con le particolari scelte culturali dei singoli scienziati. Chi condivide questa seconda opinione crede che esista un solo possibile metodo "scientifico", perennemente a disposizione di chiunque decida di usarlo, e pensa che gli scienziati siano solo degli abili tecnici, contribuendo così a quell'emarginazione della scienza dal dibattito culturale, che, d'altra parte, ha un'altra origine, difficilmente eliminabile, nella scarsa alfabetizzazione scientifica di molti intellettuali.

La vivace polemica condotta da uno scienziato come Arnold contro una scuola di pensiero (oggi apparentemente vincente) che pure non è mai accusata di produrre risultati "falsi", mostra di per sé

[2] Un articolo burla, nel quale affermazioni sulla pretesa origine sociologica e valenza politica di teorie scientifiche venivano giustificate sulla base di *excursus* tecnici completamente privi di senso, fu sottoposto da Alan Sokal alla importante rivista *Social Texts*, che lo pubblicò senza sospettare l'inganno. Per illustrare il tenore dell'articolo a chi non l'avesse letto ne riporto tre passi: «*il p di Euclide e la* [costante di gravitazione] *G di Newton, un tempo considerati costanti ed universali, vengono ora percepiti nella loro ineluttabile storicità*; [...] *L'insegnamento della scienza e della matematica deve essere depurato dalle sue caratteristiche autoritarie ed elitarie, e il contenuto di questi argomenti di studio deve essere arricchito incorporandovi le osservazioni dovute alle critiche femministe, omosessuali, multiculturali ed ecologiche* [...] *la scienza fisica occidentale dominante è stata, sin dai tempi di Galileo, formulata in linguaggio matematico. Ma la matematica di chi? La questione si presenta fondamentale, dato che, come ha fatto notare Aronowitz, "né la logica né la matematica sfuggono alla 'contaminazione' del sociale". E, come hanno ripetutamente messo in rilievo pensatrici femministe, nella cultura attuale questa contaminazione è capitalistica, patriarcale e militarista in modo preponderante*». L'articolo (A. Sokal, «Trasgressing the boundaries: Toward a Transformative Hermeneutics of Quantum Gravity», in *Social Text*, 46/47, 1996) è pubblicato in appendice in J. Bricmont - A. Sokal, *Impostures intellectuelles* (in italiano: *Imposture intellettuali*, Garzanti, 1999).

come siano essenziali le scelte culturali anche negli sviluppi scientifici delle cosiddette "scienze dure".

I sostenitori della formulazione "rozza" della neutralità culturale della scienza sottolineano spesso che un teorema di matematica, ad esempio il teorema di Pitagora, vale esattamente allo stesso modo per noi e per gli eventuali abitanti di un lontano pianeta. Cerchiamo di chiarire questo punto. È certamente vero che nessun extraterrestre potrebbe mai accertare che, nell'ambito della geometria "euclidea", il quadrato costruito sull'ipotenusa abbia un valore diverso dalla somma dei quadrati costruiti sui cateti: una volta formulato il problema in questi termini, esso ammette una sola possibile soluzione, in qualsiasi luogo e in qualsiasi tempo. Non vi è però alcun motivo per credere che una civiltà aliena potrebbe porre il problema esattamente negli stessi termini in cui lo posero Euclide e i suoi predecessori.

La natura allo stesso tempo "culturale" e "oggettiva" della scienza può essere in parte chiarita con un'analogia che, per quanto molto rozza, può essere utile per sgombrare il campo da equivoci ancora più grossolani. Una fotografia, una volta scelto il soggetto da fotografare, dipende ancora da una molteplicità di elementi: le caratteristiche tecniche della macchina fotografica, l'uso di un determinato obiettivo, tempo di esposizione e pellicola, la scelta dell'intensità e direzione della luce, degli eventuali filtri, dell'istante dello scatto e dell'inquadratura. Si tratta di scelte (molte delle quali, ma non tutte, fatte in libertà dal singolo fotografo), che rendono indubitabilmente la fotografia un prodotto culturale; tant'è vero che si può facilmente riconoscere l'epoca in cui una fotografia è stata scattata, si può discutere il gusto del fotografo e si può tracciare una storia dell'arte fotografica, individuando stili e scuole. Inoltre la moderna tecnologia ha affiancato a quelli tradizionali molti modi nuovi di "fotografare", dalle foto negli infrarossi agli ologrammi, e probabilmente molti altri saranno creati in futuro. Tutto ciò non può però ovviamente far dimenticare che, una volta effettuate tutte le scelte del caso, il risultato è determinato dalla realtà presente di fronte alla macchina e non dalla volontà del fotografo. Traducendo le due posizioni precedenti nella nostra metafora, la posizione di chi vorrebbe ridurre la scienza a fenomeno sociologico equivale a quella di chi pensasse che il contenuto di una foto non dipenda dagli oggetti fotografati, ma dalle condizioni socio-economiche del fotografo. La seconda posizione corrisponde invece a quella di chi pensasse che, poiché le fotografie ritraggono la realtà oggettiva senza deformarla, qualsiasi civiltà, in qualsiasi tempo e luogo, produrrà esattamente le stesse fotografie, realizzate non solo con macchine identiche alle nostre, ma anche con pellicole Kodak.

Tornando all'esempio del teorema di Pitagora, per capire il suo posto nella storia della cultura bisogna individuare i passi necessari per arrivare a darne un'esposizione come quella fornita da Euclide negli *Elementi* (che è rimasta per molti secoli alla base delle esposizioni successive). Innanzitutto occorre creare il concetto di "triangolo" (e di "triangolo rettangolo" in particolare). I triangoli non sono infatti oggetti naturali nei quali si può inciampare passeggiando. Sono invece il risultato di un particolare processo di astrazione, capace di creare enti "teorici", ma allo stesso tempo raffigurabili, corrispondenti a particolari realtà (ossia agli "oggetti triangolari", che sono tipicamente il prodotto di attività umane), ma allo stesso tempo chiaramente distinti da esse. È importante notare che si tratta di un processo culturale iniziato, ma non completato, nelle culture egizia e paleobabilonese. In tali culture si consideravano infatti "triangoli", ma essi venivano confusi con le loro raffigurazioni, mentre una descrizione esplicita del processo di astrazione che porta alla formazione degli enti geometrici è tipica della cultura greca. Una volta definito il concetto di "triangolo" (e quelli di angolo e di angolo retto), ci si può porre il problema, tra i tanti possibili, di quale particolare relazione quantitativa tra i lati corrisponda alla presenza di un angolo retto. Il problema può però ancora essere formulato in modi diversi: ad esempio oggi, se non fosse ancora presente un residuo della tradizione euclidea, probabilmente lo formuleremmo direttamente in termini dei numeri ottenuti moltiplicando per se stesse le misure dell'ipotenusa e dei cateti, evitando le figure di forma quadrata considerate da Euclide. Supponiamo di avere individuato e formulato il problema nei termini euclidei. Resta la scelta, essenziale, di cosa si debba intendere per sua "soluzione". Nella matematica paleobabilonese ci si contentava di affermare la giusta relazione quantitativa tra i tre lati. La verità dell'affermazione poteva essere creduta sulla base del principio di autorità oppure approssimativamente verificata con misurazioni su particolari triangoli. L'idea di definire la questione con un "teorema" è invece un prodotto culturale tipicamente greco, che nessuna altra civiltà aveva concepito. Per creare i "teoremi" occorre innanzitutto avere sviluppato la "logica", come fecero i Greci analizzando i "discorsi", e poi bisogna scegliere di far discendere logicamente un gran numero di proposizioni da poche affermazioni scelte come "postulati". Occorre poi stabilire quali enti geometrici siano possibili oggetto di dimostrazione. La scelta euclidea è quella di ammettere solo enti geometrici "costruibili" sulla base dei postulati, ossia con riga e compasso (una scelta ovviamente connessa alla tecnologia del suo tempo). Euclide, per questo motivo, prima di dimostrare il cosiddetto "teorema di Pitagora" dimostra la costruibilità, con riga e compasso, del quadrato; si tratta di un passo che molte trattazioni moderne, effettuando una scelta culturale diversa da quella di Euclide, scelgono di omettere. Una volta percorsa tutta la strada tracciata finora, un'altra scelta importante, che anch'essa non è affatto obbligata, è quella dei postulati da cui dedurre il teorema. Dopo avere scelto i postulati, resta infine da progettare l'architettura della dimostrazione, scegliendo (con criteri allo stesso tempo funzionali ed estetici) la catena di proposizioni intermedie tra i postulati scelti e l'affermazione che interessa[3] e la particolare forma della loro dimostrazione. Naturalmente occorre anche aver deciso preliminarmente la forma che devono assumere le dimostrazioni per essere ritenute accettabili, ma una discussione su questo punto ci porterebbe troppo lontano. Alla fine del lungo processo appros-

[3] Nell'esposizione euclidea il teorema da noi detto "di Pitagora" costituisce la quarantasettesima proposizione del primo libro e la sua dimostrazione richiede l'uso, diretto o indiretto, (oltre che dei cinque postulati, le nozioni comuni e le definizioni) di una trentina delle proposizioni precedenti.

simativamente descritto finora (costruito con molti elementi "culturali" riconoscibili) si riesce comunque ad assicurare una validità "assoluta" all'affermazione che interessa, garantendo che nessuno potrebbe mai sostituirla, nello stesso contesto, con un'affermazione ad essa contraddittoria. Si capisce quindi che chi confonde i triangoli rettangoli con oggetti naturali e il "teorema di Pitagora" con la sua "tesi"[4] (trascurando il procedimento dimostrativo), riuscendo ad immaginare come unica possibile alternativa a tale teorema la sua negazione, (di cui sa accertare la falsità), si convince che si tratti di una "verità" senza tempo, avulsa dalla storia della cultura, a perenne disposizione di chiunque voglia prenderne atto.

Semplificando le cose, si può dire che le domande della scienza esatta sono un prodotto culturale della civiltà che le formula, mentre le risposte ne dipendono solo per il linguaggio in cui sono formulate ma non per il contenuto. È appunto quest'ultima caratteristica che rende "esatte" le scienze di cui stiamo parlando. Con questo non voglio affatto dire che le domande scientifiche possano essere scelte arbitrariamente o che l'individuazione delle domande rilevanti non debba essere argomentata razionalmente. Mentre però la scelta e la formulazione delle domande scientifiche dipendono da una complessa serie di fattori tra loro intrecciati, che non è possibile analizzare qui, alcuni dei quali sono storicamente determinati, e possono essere un importante tema di dibattito, le risposte non dipendono da condizionamenti storici e sono giustamente sottratte al dibattito culturale.[5] Le teorie scientifiche hanno quindi una doppia natura: sono un prodotto culturale per la loro formulazione e allo stesso tempo hanno un valore "assoluto" per le "rispo-

[4] Chi ha frequentato le scuole italiane qualche decennio fa sa bene che un "teorema" consiste nella dimostrazione che alcune affermazioni (le "ipotesi") ne implicano un'altra, che è detta la "tesi" del teorema. Oggi la confusione tra un teorema e la sua tesi è sempre più diffusa.

[5] Mi riferisco, ovviamente, a "risposte" che non siano il frutto di fraintendimenti o di falsi. Credo che in molti casi sia possibile, analizzando opere scientifiche del passato anche lontano, individuare questi fenomeni, giudicando se un risultato, matematico o sperimentale, sia "corretto" o meno all'interno della teoria cui doveva appartenere. Molti storici della scienza ritengono invece che qualsiasi affermazione apparentemente "scientifica" vada con-

ste" che inglobano.

È bene sottolineare che la natura "culturale" delle teorie scientifiche coinvolge la struttura stessa delle teorie, che non sono affatto sottratte alla critica dalla natura "oggettiva" dei risultati da loro inglobati. Ad esempio la "aritmetica dei numeri dispari", immaginata da Arnold, costituirebbe una teoria matematica corretta ma di infimo livello, proprio perché potrebbe nascere solo come risposta a domande irrilevanti.

Arnold polemizza in modo efficace e divertente accennando ai "disturbi mentali" di alcuni matematici e alla possibile presenza di "malattie ereditarie" portatrici di astrattezza, ma è evidente che in realtà egli pone diversi problemi di storia della cultura. In particolare dobbiamo chiederci come, quando e perché sia avvenuta la scissione tra matematica e fisica. Si tratta di problemi complessi, che non possono essere risolti facilmente; può però essere utile affiancare alle considerazioni di Arnold, quasi tutte appartenenti al terreno prettamente scientifico, alcune osservazioni di carattere storico.[6]

Arnold è un insigne esponente di una tradizione matematica di cui egli stesso cita diversi rappresentanti, come Hermite, Picard,

testualizzata e accettata come esempio della "scienza" del suo tempo. Facciamo un esempio. Qualsiasi indagine sperimentale del fenomeno della rifrazione, indipendentemente dai margini di tolleranza adottati, non può non porre in evidenza che la direzione della luce rifratta dipende sia dalla direzione della luce incidente sia dalla natura dei due mezzi trasparenti (in particolare se i due mezzi vengono a coincidere non si ha affatto "rifrazione", ma la luce continua a viaggiare nella direzione iniziale). Nell'*Ottica* di Tolomeo (del II secolo d.C.) viene appunto studiata la dipendenza della direzione del raggio rifratto dalla direzione del raggio incidente e dalla natura dei due mezzi trasparenti. I valori sperimentali riportati da Tolomeo (tranne pochi numeri, della cui origine non è qui il caso di discutere) hanno validità "assoluta", in quanto, anche se nell'ambito di una tolleranza che oggi può apparire troppo grande, sono riottenibili in qualsiasi epoca. Consideriamo invece la "legge della rifrazione" enunciata nel XIII secolo da Roberto Grossatesta, secondo la quale il raggio rifratto segue in ogni caso la direzione della bisettrice tra la direzione di incidenza e quella della normale al punto di incidenza. L'assenza di qualsiasi dipendenza dalla natura dei mezzi rifrangenti permette di spiegare l'origine di questa affermazione in un solo modo: come il frutto del fraintendimento di un testo. Si tratta quindi di un'affermazione che va considerata alla stessa stregua degli errori di copia individuati dai filologi, e cioè come un "errore" e non come un'affermazione "scientifica".

[6] Alcune osservazioni sulla storia di lungo periodo dei concetti di "matematica" e di "fisica" sono nel mio articolo pubblicato sul primo numero di questa rivista.

Poincaré e altri. Alcune caratteristiche essenziali di questa tradizione possono essere individuate nel rifuggire la generalità fine a se stessa, nello studiare i "fenomeni matematici" nei casi in cui emergono "naturalmente", nello stretto rapporto tra modello matematico e realtà modellata (che Arnold sintetizza nell'affermazione "la matematica è una parte della fisica") e, allo stesso tempo, tra rigore dimostrativo e carattere "intuitivo" dei risultati e dei procedimenti. Arnold individua nella "geometria" il terreno privilegiato di sviluppo di queste caratteristiche e nella de-geometrizzazione della matematica la principale causa della crisi attuale.

L'origine della tradizione matematica cui Arnold appartiene può essere fatta risalire alla stessa origine della "scienza esatta", quando la cultura greca, combinando la tradizione dell'argomentazione sviluppata nell'ambito della retorica con quella delle costruzioni geometriche, creò il metodo dimostrativo e lo applicò a vari campi, come la geometria, l'idrostatica, l'astronomia o l'ottica. Si tratta di scienze oggi divise tra "matematica" e "fisica", ma all'epoca considerate parti di un'unica scienza. Uno degli esempi di Arnold, relativo al paraboloide e ad altre quadriche, fa esplicito riferimento a una teoria greca; tutti gli altri suoi esempi sono tratti dalla matematica moderna, ma sembrano inseriti nella stessa tradizione di pensiero.

Possiamo chiederci se, nonostante gli straordinari sviluppi realizzati in epoca moderna sul piano dei contenuti, una tradizione millenaria, risalente almeno ad Euclide, si sia conservata sul piano metodologico iniziando a spezzarsi solo nel XX secolo (anche se, come lo stesso Arnold testimonia, i tentativi di conservarla non sono ancora venuti meno). L'esistenza di una tradizione matematica millenaria può apparire a molti irragionevole. Ad esempio i matematici ottocenteschi citati da Arnold, per i loro interessi e metodi di lavoro e per l'insegnamento ricevuto nelle università, appaiono molto diversi dai matematici del Seicento e ancor più da quelli dell'Antichità. Non bisogna però trascurare la funzione culturale svolta tradizionalmente dal liceo europeo:[7] un elemento la cui rilevanza

[7] E, naturalmente, anche da altre scuole secondarie. Cfr., ad esempio, l'articolo di San-

può cominciare ad apparire chiara oggi che cominciamo a vederne la fine.[8] In realtà tutti i matematici dell'Ottocento che Arnold cita, come i loro predecessori, avevano ricevuto la prima formazione matematica non all'università, ma nella scuola secondaria, e l'avevano ricevuta studiando gli *Elementi* di Euclide. Se si riflette sul fatto che era stata una stessa opera ellenistica a fornire le basi metodologiche a tante generazioni di scienziati, l'idea che una sostanziale unità culturale di base attraversi tanti secoli comincia ad apparire meno strana. Si tratta di un'unità in un certo senso inavvertita. È vero che la tradizione risalente alla matematica greca svolgeva un ruolo apparentemente ben riconosciuto, come dimostra l'uso del testo di Euclide nella didattica. Si trattava però di un testo considerato utile per avviare i giovani al ragionamento matematico e non scelto come rappresentativo di una particolare tradizione culturale, che un giorno avrebbe potuto anche scomparire. Mentre i risultati matematici studiati nelle università mostravano profonde differenze di interessi, metodi e teorie tra i diversi secoli (e, in misura minore, tra le diverse scuole), gli elementi comuni, riguardando aspetti metodologici di base assorbiti nell'adolescenza ed essendo appunto comuni a tutti i matematici, su una scala millenaria, non erano avvertiti come prodotti culturali, ma semplicemente come dati imposti dalla natura e dalla logica. Come accade per l'aria che ci circonda, gli elementi da tutti condivisi possono essere chiaramente individuati solo quando cominciano a venir meno.

La convinzione che la geometria euclidea fosse stata in parte assorbita e in parte superata dalla cultura moderna, e che quindi non avessimo più nulla da imparare dagli antichi testi, era stata alla base della decisione di abbandonare l'uso didattico di Euclide. Si trattava certamente e ovviamente di una convinzione ben fondata sul piano dei contenuti tecnici specifici, ma probabilmente, alla lu-

dro Graffi sulla sezione fisico-matematica degli istituti tecnici, nel secondo numero di questa rivista.

8 Cfr. l'articolo di Angela Martini su questo stesso numero.

ce dei risultati denunciati da Arnold, non su quello metodologico.

Fu nel 1900 che i postulati di Euclide furono per la prima volta sostituiti (da David Hilbert) con un nuovo insieme di postulati, molto più complesso e raffinato. I matematici moderni ritennero di avere finalmente assimilato e superato anche sul terreno della geometria il metodo assiomatico-deduttivo trasmesso dalla tradizione greca. Avevano però forse sottovalutato la funzione di una caratteristica essenziale dei postulati di Euclide: la loro doppia natura, di fondamenta logiche dell'edificio teorico e, allo stesso tempo, di frasi dotate anche di significato nella lingua ordinaria. Era infatti questa doppia natura (che i matematici del Novecento considerarono una caratteristica "primitiva" da eliminare) ad assicurare quell'applicabilità della teoria euclidea al mondo reale che divenne problematica nelle teorie formali costruite da Hilbert in poi, che d'altra parte, proprio per la loro assoluta autonomia dal mondo concreto, posero anche un "problema dei fondamenti" rivelatosi senza soluzione.

Nella didattica l'abbandono del testo di Euclide fu graduale, in quanto fino grosso modo alla metà del XX secolo l'opera di Euclide fu sostituita da opere moderne che ne erano così profondamente influenzate da rappresentarne una sorta di rifacimento. Quando però il distacco dall'opera di Euclide divenne completo, si ebbe un profondo mutamento metodologico, sfociato nella "de-geometrizzazione" della matematica lamentata da Arnold.

Chiunque abbia studiato della geometria a scuola sa bene la differenza, di origine greca, tra il concetto astratto di "triangolo" e i concreti "oggetti triangolari". Per capire se il procedimento di formazione di concetti scientifici astratti e il loro rapporto con la realtà concreta era stato assorbito fino in fondo dalla cultura moderna non dobbiamo chiederci se abbiamo fatta nostra la distinzione tra "triangolo" e "oggetto triangolare", ma se la distinzione è altrettanto chiara quando passiamo dalla geometria "euclidea" ai prodotti della scienza moderna. Troveremo che in questo caso spesso lo stesso termine designa sia un oggetto concreto sia il suo modello interno a una particolare teoria (è quanto accade ad esempio nel caso di "reti neurali", "informazione", "buchi neri", ...), generando continue confusioni.[9]

L'idea, ancora oggi stranamente resistente, che la "geometria euclidea" consistesse solo in un insieme di affermazioni "vere" sullo spazio fisico, indipendenti da ogni particolare tradizione culturale, e non soprattutto in un prezioso strumento intellettuale, è stata clamorosamente smentita dallo stesso interrompersi della tradizione che la trasmetteva. Gli effetti di questa interruzione rischiano però di rimanere occultati dalla scomparsa della stessa geometria, che a sua volta sembra trascinare con sé nell'oblio anche il metodo dimostrativo. In realtà il fatto che la "de-geometrizzazione" comporti, come Arnold nota, un più generale scollamento tra matematica e mondo reale, mostra come l'antica tradizione culturale trasmessa dalla geometria avesse svolto una funzione che andava ben al di là di quella didattica. L'astrattezza deprecata da Arnold, in particolare in Francia, non è il solo esito possibile della frattura; si è anche tentata la strada opposta: quella della "concretizzazione" della matematica. Molta didattica si è basata, in particolare, sull'idea di fornire agli studenti "matematica da toccare", mentre molta ricerca fisica ha accantonato come irrilevante l'esigenza del rigore. Anche in questi casi il risultato dello scollamento è stato lo stesso: la perdita di quel rapporto stretto tra rigore e intuizione che sembra sopravvivere difficilmente al di fuori della tradizione classica.

Nel caso della matematica, come in molti altri,[10] sembra che la

[9] In realtà è ormai entrato in crisi anche il rapporto tra enti geometrici e mondo reale. Ad esempio agli attuali studenti in matematica, fisica o ingegneria viene presentato un doppio concetto di "vettore": da una parte quello introdotto attraverso la definizione assiomatica della struttura algebrica di "spazio vettoriale"; dall'altra un concetto applicabile alla vita reale e usato nei corsi di fisica generale. Fino a qualche tempo fa il secondo "vettore" era considerato un esempio di "vettore" nel primo significato. Per poterlo considerare tale occorre però introdurlo in quel contesto di "geometria sintetica" che è stato eliminato dall'università e sta sparendo anche dalla scuola secondaria. Con l'abbandono della tradizione "euclidea" viene meno ogni rapporto tra la struttura astratta e il mondo reale. È forse opportuno notare che quei pochissimi giovani che nel mondo studiano ancora la scienza greca lo fanno in dipartimenti umanistici con gli strumenti dell'antropologia culturale e non hanno la minima idea della frattura additata da Arnold nella scienza contemporanea.

[10] L'insegnamento linguistico elementare ha seguito una strada con notevoli analogie

cultura moderna sia stata capace di straordinari sviluppi in molte direzioni nuove, ma non di sostituire con nuove sintesi altrettanto semplici e efficaci (anche, ma non solo, didatticamente) le basi concettuali assicurate da residui della cultura antica. Non bisogna dimenticare che mentre l'umanità ha oggi molte più conoscenze di quante potessero averne i Greci, un uomo greco aveva probabilmente molte più conoscenze di un uomo di oggi.

con quella della geometria: l'abbandono dell'insegnamento tradizionale dell'analisi grammaticale e dell'analisi logica (basate entrambe su categorie risalenti, direttamente o indirettamente, al pensiero ellenistico) ha lasciato un vuoto che non è facile colmare con le raffinate teorie linguistiche moderne.