IMMAGINI, ANALOGIE E SASSOLINI NEI PITAGORICI

Laura Catastini e Franco Ghione

Premessa

«*S'io mi trovassi all'estremità dello spazio, ad esempio nel cielo delle stelle fisse, potrei tendere la mano o un bastoncino fuori di quella? o non potrei?*»[1]

Possiamo provare a immaginare: il vecchio maestro vestito di panni bianchi accompagnava la domanda con silenzi misurati e pazienti e gli allievi che seguivano le sue argomentazioni sull'infinito nel numero e nello spazio certamente subivano il crescere di una tensione dialettica che trovava il suo culmine in un gesto: l'alzarsi lentamente in alto del braccio e della bacchetta che teneva in mano. E le argomentazioni, la domanda, il gesto si fondevano in un'unica immagine, piena di significati e di poesia, che ben esprimeva l'essere filosofo, come chiedeva di essere chiamato Pitagora, cioè amante della sapienza.

Il maestro di cui parla Eudemo nella citazione appena presentata è Archita, uno dei più autorevoli esponenti della scuola pitagorica.

Intendiamo qui affrontare alcuni aspetti del pensiero di Pitagora e della sua scuola presentando punti di vista diversi da quelli

[1] Da un frammento di Eudemo riferito da Simplicio, *In Aristotelis Physicam*, 467,26.

tradizionali non tanto per proporre una nuova interpretazione che pretenda di essere più veritiera e documentata delle altre, quanto piuttosto per le suggestioni che da quel pensiero ci vengono. Siamo infatti convinti che alcuni nodi che tengono unito non solo il pensiero matematico ma anche quello più strettamente filosofico si possano ritrovare, nella loro originaria pregnanza comunicativa, nella scuola dei Pitagorici che diffusero i semi della nostra cultura scientifica in quella regione che per prima aveva avuto il nome di Italia, cioè la Calabria. Raccogliere oggi alcuni di quei semi alla luce di una interpretazione diversa da quella tradizionale aristotelica, ci dà una forza in più, come una gioia, che deriva dalla consapevolezza che le nostre radici sono ancora vitali. Attingendo ad esse può essere forse più facile contrapporsi al tentativo di sgretolare la cultura, le discipline e, all'interno di queste, i risultati riducendoli a frammenti sparsi di un vaso la cui forma globale si è persa e, insieme a lei, il senso complessivo.

Esiste un tipo particolare di produttività creativa del pensiero che si esprime con rigore nel pensiero scientifico. Essa consiste nel dare vita a un ordine tra elementi diversi, in modo da far emergere relazioni che prima non erano presenti o non erano evidenti, raggruppamenti originali, connessioni nuove. Ciò che si ottiene alla fine è la presenza nei dati iniziali di una nuova struttura, ottenuta con operazioni che precedono le concettualizzazioni logiche e che si avvalgono, tra l'altro, di procedimenti metaforici e di analogie, i soli presenti agli albori del pensiero scientifico.

La metafora non è solo uno strumento proprio dell'espressione poetica, una semplice questione di felice scelta di parole, ma un meccanismo di trasposizione di significati da un terreno conosciuto a un ambito nuovo che, attraverso l'analogia, trova una sua struttura. La metafora è un motore potente che muove il pensiero: il nostro sistema concettuale è fondato su basi essenzialmente metaforiche,[2] che intervengono in modo continuo nella struttura delle percezioni e delle idee.

[2] Sul rapporto tra matematica e metafora vedere L. Catastini, *Il pensiero allo specchio*, La Nuova Italia, cap. VIII.

La potenza della metafora ha però un limite: la mancanza di rigore logico. Una civiltà che non sappia affiancare all'aspetto creativo e analogico del suo pensiero la verifica dell'affidabiltà delle affermazioni prodotte, non potrà mai avere uno sviluppo scientifico.

Due importanti fattori oggi nella nostra scuola, contribuiscono alla mortificazione, in campo scientifico, delle capacità "creative" degli studenti. Si trascura da una parte l'affinamento di tecniche logiche di pensiero che non sono affatto patrimonio spontaneo della mente (le regole di inferenza,[3] ad esempio, e i fondamenti della logica formale) e che quindi vanno adeguatamente educate, e dall'altra si sottopongono gli alunni a dosi massicce di argomenti impegnativi spiegati tramite immagini, analogie, comparazioni anche suggestive che mostrano somiglianze ma non dimostrano nulla. In questo modo non si formano nella loro mente modelli o capacità scientifiche, e neanche semplici informazioni, ma piuttosto immagini di una scienza ermetica e sostanzialmente irrazionale. Il risultato finale di questo quadro è che non viene educato né l'aspetto logico né quello metaforico del pensiero, togliendo così forza e incisività alla sua azione e relegando una gran quantità di studenti nella schiera di coloro che mancano di autonomia ideativa e di immaginazione.

Riteniamo che a volte l'allontanarsi da prospettive troppo vicine ai problemi da affrontare aiuti a raggiungere una soddisfacente chiarezza. Riflettere sugli sforzi speculativi dei filosofi della scuola dei Pitagorici può aiutarci anche a tener nel giusto conto e nel giusto equilibrio, nell'educazione del pensiero di oggi, l'irrinunciabile obiettivo della padronanza dei linguaggi verbali e delle forme simboliche e l'esigenza altrettanto forte della mente di usare l'immagine come strumento di comprensione. Thom ci avverte:

[3] Si consideri per esempio che il *modus tollens* (la tecnica logica usata nella dimostrazione per assurdo) è una regola d'inferenza assolutamente innaturale per il nostro pensiero, e si impara solo mediante un allenamento accurato ed esercizi opportuni. Il suo insegnamento si basa quasi esclusivamente sulle classiche dimostrazioni della geometria euclidea, che oggi è pressoché sparita dai programmi scolastici, rimpiazzata dalla geometria delle trasformazioni che, da questo punto di vista, è molto più carente.

«[...] *dubito che* [...] *in un universo in cui tutti i fenomeni fossero retti da uno schema matematicamente coerente, ma privo di contenuto traducibile in immagini, la mente umana sarebbe pienamente soddisfatta* [...] *Privato di ogni possibilità intellettiva cioè di interpretazione geometrica dello schema dato, l'uomo cercherà di crearsi nonostante tutto una giustificazione intuitiva dello schema dato attraverso immagini appropriate oppure sprofonderà in una rassegnata incomprensione che l'abitudine trasformerà in indifferenza*».[4]

Dal mito al numero

La scuola pitagorica, dando per la prima volta alla matematica, all'aritmetica e alla geometria, la dignità di un'arte speculativa, che si fonda su teoremi chiaramente enunciati e su conseguenti dimostrazioni generali, fornisce i primi modelli astratti, che noi diciamo pre-scientifici, con i quali far corrispondere i fatti della natura con enti teorici alla base del modello.

La caratteristica di questi modelli è quella di aggiungere alle descrizioni qualitative di fenomeni naturali complessi, che erano le sole all'epoca esistenti, una descrizione anche quantitativa. Ciò renderà possibile il passaggio dalle analogie della mitologia, prevalentemente cosmogoniche e basate solo su somiglianze,[5] a quelle pitagoriche, fondate sul concetto di rapporto, che permetteranno l'avvio di una nuova forma di interpretazione razionale della realtà sulla base di modelli matematici. La natura dell'Universo, dunque, esprimibile attraverso i rapporti, è simile a quella della mente che la contempla. Il λόγος (rapporto, ma anche argomentazione razionale) è, per la scuola di Pitagora, il fondamento per la comprensione del mondo:

[4] R. Thom, *Stabilità strutturali e morfogenesi*, Einaudi.

[5] Ad esempio, «la disposizione che abbiamo dato allo sferoma, gli Orfici dicono che è simile a quella nell'uovo: infatti la funzione che ha il guscio nell'uovo, l'ha il cielo nell'universo, e come l'etere circolare sta attaccato al cielo, così anche la pellicola al guscio». Achilles, *Isagoge in Aratum*, I 4, 33,17.

«I Pitagorici affermano che [criterio di verità] sia il λόγος, *non inteso nel significato generale, ma in quello che deriva dalle scienze matematiche – come appunto diceva Filolao – e che, essendo legato alla percezione mentale della natura del tutto, abbia con essa una certa affinità, se è vero come è vero, che il simile viene compreso naturalmente dal simile».*[6]

L'uso dello stesso termine, logos, per indicare rapporto in senso matematico e argomentazione razionale è molto suggestivo e porta ad aggiungere profondità e spessore al pensiero pitagorico. Il rapporto A:B sembra essere visto come un movimento di pensiero, una qualche costruzione rigorosa, quantitativa che lega A a B, che permette di dedurre B da A come una qualunque altra forma di ragionamento. L'argomentare non è sempre esplicitato, anzi il più delle volte l'individuazione di una unità che misuri esattamente le due realtà A e B è implicita e racchiusa nei simboli numerici propri del rapporto. Il rapporto 2:3 non è il numero 0,6666... ma l'abbreviazione della seguente argomentazione: se tra un A e un B esiste tale rapporto, allora B è tre volte la metà di A o sei volte un quarto di A o 15 volte un decimo di A, ecc.

Il costituirsi di un rapporto permette di dare alla descrizione delle entità in gioco un valore di "verità" pari a quello che il ragionare astratto avrebbe raggiunto, con Aristotele, attraverso sillogismi ben formati. L'identità del termine, tra rapporto e ragione, toglie dunque al rapporto il solo connotato numerico e gli conferisce la dignità di pensiero, di un pensiero che si muove e porta a individuare forme, somiglianze, leggi, principi universali.

Siamo d'accordo con Cardini[7] quando sostiene che la scuola pitagorica ha prodotto un movimento di pensiero organizzato, complesso, con una storia e una tradizione dietro di sé, ricco di un'inti-

[6] Sesto Empirico, *Adversus Mathematicos*, VII 92. «οἱ δὲ Πυθαγορικοὶ τὸν λόγον μέν φασιν (scil. κριτήριον εἶναι), οὐ κοινῶς δέ, τὸν δὲ ἀπὸ τῶν μαθημάτων περιγινόμενον, καθάπερ ἔλεγε καὶ ὁ Φιλόλαος, θεωρητικόν τε ὄντα τῆς τῶν ὅλων φύσεως ἔχειν τινὰ συγγένειαν πρὸς ταύτην, ἐπείπερ ὑπὸ τοῦ ὁμοίου τὸ ὅμοιον καταλαμβάνεσθαι πέφυκεν».

[7] M. T. Cardini, *Pitagorici. Testimonianze e frammenti*, La Nuova Italia, fasc. III, p. 15.

ma forza speculativa, orientato verso vari aspetti dell'attività della mente, con sue proprie dottrine, con una sua concezione dell'universo fondata su principi teorici, ma non tanto dogmatica da tramandarsi immobile, anzi ricca di problemi e disposta a coraggiosi adeguamenti alla realtà di volta in volta intuita.

Questo organismo non era né di puri iniziati di una setta religiosa né di seguaci di una dottrina politica. La capacità di adeguarsi e di operare cambiamenti toglie al movimento, a nostro parere, la prevalenza della connotazione mistica. Costoro si qualificavano con un nome di scuola "i Pitagorici" esprimente insieme un genere di vita quanto mai parco e severo e una dottrina di alto e originale valore speculativo. Il pentagramma, che racchiude il segreto della sezione aurea e dell'incommensurabilità pare fosse anche il simbolo di riconoscimento della fraternità che univa gli adepti.

Tutto è numero?

Il concetto di monade e di numero nella scuola pitagorica ci pare molto impoverito nel modo in cui è riportato nei principali testi di storia della scienza:

«*Col termine "numeri" i Pitagorici intendevano soltanto i numeri interi, concepiti come le collezioni di più unità. Non fecero particolari indagini sulla natura di queste unità, limitandosi a rappresentarle come punti, circondati ciascuno da uno spazio vuoto. Proprio questa rappresentazione spaziale facilitò il passaggio, caratteristicamente arcaico, dalla concezione del numero come "chiave" e rapporto alla sua concezione come costituente fisico elementare delle cose*».[8]

Oppure:

«*Il punto, elemento unitario delle cose, se da una parte conduceva alla loro rappresentazione geometrica, dall'altra era conce-*

[8] L. Geymonat, *Storia del pensiero filosofico e scientifico*, vol. I, *L'antichità. Il medioevo*, Garzanti, p. 42.

pito come un corpicciolo, unità materiale o monade. Or dunque la formula paradossale "le cose sono numeri" viene a dire che ogni materia è composta di elementi o punto materiali, di piccola ma non nulla grandezza, e che dalla figurazione ñ numero e ordine ñ di codesti punti, fra loro identici e qualitativamente indifferenti, dipendono tutte le proprietà e differenze apparenti dei corpi».[9]

O ancora, in un testo di storia della filosofia per scuola media superiore:

«*L'unità aritmetica era associata al punto geometrico e questo non era concepito come inesteso, ma al contrario come un "sassolino"* [...] *Una forma geometrica era pertanto descrivibile come il risultato della disposizione di un certo numero di unità secondo uno schema; questa identificazione di geometria e matematica si rifletteva nella distinzione di numeri quadrati, rettangolari, oblunghi o assimilabili ad altre figure geometriche*».[10]

Questa impostazione porta a pensare che l'identificazione tra il numero e il mondo si risolvesse in gran parte, per i Pitagorici, con una corrispondenza tra la figurazione o la quantità di punti materiali (monadi) che compongono ogni corpo e le proprietà apparenti di questi ultimi.

L'idea che se ne ricava è quella di un pensiero pitagorico ingenuo e relativamente primitivo, legato al numero dalla "numerologia", forma di interpretazione della realtà impregnata spesso di magia e di superstizione, con l'aggiunta, nel corpo della dottrina, di ipotesi che risultano, proprio perché arcaiche, incomprensibili e forzate.

Queste interpretazioni traggono probabilmente origine dalla critica aristotelica al pensiero pitagorico spesso polemica e di parte:

[9] F. Enriques - G. De Santillana, *Compendio di storia del pensiero scientifico*, Zanichelli, p. 32.

[10] V. Giacchè - G. Tognini, *La Filosofia*, La Nuova Italia, vol. I, p. 21.

«La medesima cosa accade a quelli che vogliono il cielo composto di numeri. C'è infatti chi dice, come alcuni Pitagorici, che la natura è composta di numeri. Ora è evidente che i corpi fisici hanno peso e leggerezza, e che le unità non possono unendosi, dar origine ad un corpo, né avere peso».[11]

Gran parte delle difficoltà e delle mistificazioni che si presentano oggi dipendono dalla scarsa familiarità che abbiamo con i modi di pensiero pre-logici, che, proprio per questa ragione, acquistano particolare valore nell'esplorazione di tutti gli strumenti conoscitivi del pensiero, anche quelli che, con l'evolversi del tempo e delle conoscenze, sono rimasti in ombra, oscurati dallo splendore e dall'incisività della logica aristotelica. Il lavoro di Aristotele infatti ha delegittimato e come tagliato fuori un settore di pensiero, quello appunto pre-scientifico, profondamente fecondo e produttivo, che ha posto comunque per la prima volta l'esigenza di una metodologia di pensiero rigorosa e ha portato progressivamente a un affinamento delle tecniche argomentative.

Il problema che qui vogliamo affrontare non è semplicemente quello di padroneggiare idee diverse, che differiscono dalle nostre, bensì quello scoprire e di tenere in dovuto conto differenze nelle premesse fondamentali del pensiero e nei veri e propri metodi del pensare, differenze che se trascurate tendono a rendere le nostre interpretazioni della filosofia pitagorica (presocratica in genere) una proiezione, nella terminologia dell'epoca, di contenuti tipicamente moderni.

Può forse consolarci il fatto che anche per Aristotele, molto più vicino ai Pitagorici di noi, fosse difficile, o non volesse, entrare pienamente in sintonia con certe loro affermazioni. Ci racconta ad esempio Alessandro di Afrodisia:

«Assumendo infatti che il carattere distintivo della giustizia sia la reciprocità e l'uguaglianza, [*e*] *riscontrato questa caratteristi-*

[11] Aristotele, *De coelo*, III 1, 300a15-19.

ca nei numeri, [i Pitagorici] dicevano per questo motivo che la giustizia fosse il primo numero del tipo "uguale per uguale":[12] *infatti [ritenevano] che una definizione si applichi sopratutto alla prima di ciascuna delle cose aventi la stessa definizione».*[13]

Bisogna tener presente che per i Pitagorici il primo, nella serie numerica, dei numeri che esprimeva i rapporti presenti in una determinata cosa, ne era chiamato il "principio primo" e diventava il veicolo di una metafora che esprimeva l'essenza della cosa stessa e che permetteva loro di affermare che:

«*Ed in effetti tutte le cose conosciute hanno numero: non ci è infatti possibile, senza di esso, pensare né conoscere niente».*[14]

Essi trovavano così una corrispondenza, tra la struttura del "quattro", del Primo Quadrato, e la struttura intima della giustizia, articolata nel modo seguente: il quattro sta alle sue due parti uguali che comunque combinate tra loro (per somma o per prodotto) lo riproducono, come la giustizia sta alle sue due parti uguali, quanto si è avuto e quanto si è contraccacambiato, che ne costituiscono la sostanza.

Aristotele rifiuta nettamente questa corrispondenza e con essa il metodo in generale:

«*Fu dunque Pitagora il primo a trattare della virtù, ma non nel modo corretto; in effetti, riducendo le virtù ai numeri non ne co-*

[12] L'espressione greca ἰσάκις ἴσον "uguale per uguale" significa numero quadrato come 2x2 (il Primo Quadrato), 3x3, 4x4, ecc., il termine invece τετράγωνον "quadrato" esprime più propriamente la forma geometrica del quadrato. Euclide, negli *Elementi*, usa entrambe le espressioni, di cui la prima, usata nei libri aritmetici, è probabilmente più arcaica.

[13] Alessandro di Afrodisia, *In Aristotelis Metaphysicam*, 38,10. «τῆς μὲν γὰρ δικαιοσύνης ἴδιον ὑπολαμβάνοντες εἶναι τὸ ἀντιπεπονθός τε καὶ ἴσον, ἐν τοῖς ἀριθμοῖς τοῦτο εὑρίσκοντες ὄν, διὰ τοῦτο καὶ τὸν ἰσάκις ἴσον ἀριθμὸν πρῶτον ἔλεγον εἶναι δικαιοσύνην· τὸ γὰρ πρῶτον ἐν ἑκάστῳ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων μάλιστα εἶναι τοῦτο ὅ λέγεται».

[14] Stobeo, *Eclogue* I 21, 7b. «καὶ πάντα γα μὰν τὰ γιγνωσκόμενα ἀριθμὸν ἔχοντι· οὐ γὰρ οἷόν τε οὐδὲν οὔτε νοηθῆμεν οὔτε γνωσθῆμεν ἄνευ τούτου». (Si tratta di un frammento di Filolao).

struiva la teoria loro propria: infatti la giustizia non è un numero "uguale per uguale"».[15]

Il modo corretto a cui pensava Aristotele era quello delle norme della logica, norme che non potevano accettare che il concetto di virtù potesse essere ricondotto a un numero. In effetti con Aristotele la logica diventa un parametro potente e indiscutibile con cui giudicare qualunque tipo di affermazioni, da quelle comuni a quelle scientifiche o filosofiche.

La monade e l'immagine

Attraverso la lettura dei pochi frammenti, più o meno dubbi, che ci restano dei Pitagorici, si evidenziano due movimenti di fondo del loro pensiero: l'uso dell'immagine come veicolo di una metafora che permetta di trasferire strutture, e la continua ricerca dell'unificazione di dati molteplici in un solo insieme coerente e strutturato. Questi due movimenti sono un meccanismo stabile della mente per la produzione di conoscenza, e li ritroviamo immutati nel tempo anche oggi. Quello che è cambiato sono ovviamenti gli strumenti culturali che il nostro pensiero ha a disposizione per queste operazioni. Noi oggi per esempio siamo sommersi da informazioni date attraverso forme simboliche di scrittura o tramite immagini artificiali, costruite appositamente per l'informazione stessa. Immagini, come quelle scientifiche, già strutturate, esplicative, descrittive.

Al tempo dei Pitagorici invece le immagini a disposizione erano prevalentemente quelle offerte dalla natura, scenari naturali in cui la struttura a volte si imponeva, a volte andava individuata con intelligenza:

«*Ora, esiste forse spettacolo più bello di quello del giorno? Poi viene lo spettacolo della notte che, da parte sua, offre tutt'altra vi-*

[15] [Aristotele], *Magna Moralia*, A 1, 1182a11.

sione. E siccome il cielo nel suo ciclico rinnovarsi non cessa di far seguire infinite notti a infiniti giorni, non smette neppure di mostrare agli uomini l'uno e il due, finché anche l'uomo più tardo non apprenda i rudimenti del calcolo; e del resto, anche il tre e il quattro e molti altri numeri ciascuno di noi può apprenderli dall'osservazione di questi fenomeni. Ma di questa pluralità Dio fece un'unità allorché creò la luna, la quale, talvolta diminuendo, talaltra aumentando le sue dimensioni, traccia, finché è visibile, un altro tipo di giorno, che dura quindici giorni e altrettante notti. E questo moto di rivoluzione, se si ha l'accortezza di fare un'unità del suo intero ciclo, oserei dire che è tale da essere compreso anche dal meno intelligente dei viventi, a cui Dio abbia fatto dono della naturale capacità di apprendere».[16]

Epinomide enuncia con leggerezza una legge molto importante: quando di un fenomeno complesso si riesce a fare un'unità, allora la comprensione del fenomeno stesso risulta facile «anche al meno intelligente dei viventi».

La costruzione di questa unità porta a usare inizialmente in maniera privilegiata gli aspetti di pensiero legati a processi gestaltici, di sintesi, da esplicare, nel difetto di leggi logiche rigorose, in enunciazioni create dall'analogia. Troviamo in Ezio un esempio di ragionamento imperfetto, attribuito a Filolao, che per via analogica stabilisce un rapporto tra la grandezza degli animali sulla terra e sulla luna e la durata dei giorni lunari quindici volte più lunghi di quelli terrestri:

«Alcuni Pitagorici, fra cui Filolao, dicono che la luna è costituita di terra, per il fatto che è abitata da animali e da piante come la nostra terra; sono però più grandi e più belli; dicono infatti che gli animali che si trovano su di essa sono quindici volte più grandi e non espellono escrementi e che il giorno è altrettante volte più lungo».[17]

[16] Platone, *Epinomide*, 978 C-D-E, in Platone, *Tutti gli scritti*, Rusconi, p. 11774.
[17] Aetius, *Placita*, II, 30, 1 (in *Doxographi greci*, p. 361).

Attraverso l'analogia la forma e il significato individuati nell'osservazione del mondo sensibile si spostavano da un dominio all'altro, strutturando e dando significati unitari. Questo è il senso profondo che acquista la necessità, l'importanza, anche per i Pitagorici, del movimento di pensiero rivolto alla continua ricerca della monade, dell'uno: l'uno è il risultato dell'individuazione in un molteplice slegato e frammentario, senza quindi alcun valore conoscitivo, di una struttura significativa e significante, che conferisce identità unica al molteplice, e che diventa patrimonio del pensiero alla pari di un concetto.

Troviamo in Giamblico:

«*I Pitagorici chiamavano l'1 "intelligenza" perché pensavano che questa è simile all'Uno* [...] *Lo chiamavano anche* [...] *"modello", "ordine"...*».[18]

E ancora ci dice, sempre riferendosi ai Pitagorici:

«*Esso (l'uno) è di fatto forma delle forme, come creazione per il suo potere creativo e intellezione per il suo potere intellettivo* [...] *Come senza l'1 nessuna cosa può assolutamente costituirsi, così senza di esso non ci può essere neppure un qualsiasi atto conoscitivo, come fosse la pura luce,* [...] *soprattutto perché l'1 ha il potere di conciliare e combinare insieme le cose fatte di molteplice mescolanza, sia le cose assolutamente differenti tra loro, proprio come fa Dio col suo potere di ricavare da elementi altrettanto opposti l'armonia e l'unità di questo mondo*».[19]

L'uno, la monade[20] è dunque intesa come unità strutturata, come un raggruppamento in un unico di una molteplicità che diventa

[18] Giamblico, *Theologoumena arithmeticae*, 6, in Giamblico, *Il numero e il divino*, Rusconi, p. 401.

[19] Giamblico, *Theologoumena arithmeticae*, 2-3, in Giamblico, *Il numero e il divino*, Rusconi, p. 397.

[20] Secondo Teone «Archita e Filolao chiamano l'uno anche "monade" e la monade "uno"

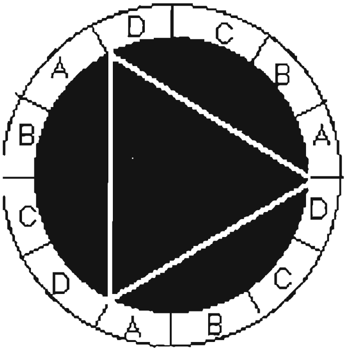
nuovo strumento di misura. In questo modo alla visione di monade come atomo si può sovrapporre quella di una gerarchia di unità che esprimono complessità crescente. Si osservi ad esempio come in questa testimonianza di Proclo sulla visione astronomico-geometrica del cosmo dei Pitagorici si possano individuare gerarchie di tal genere, che si mescolano a considerazioni analogiche:

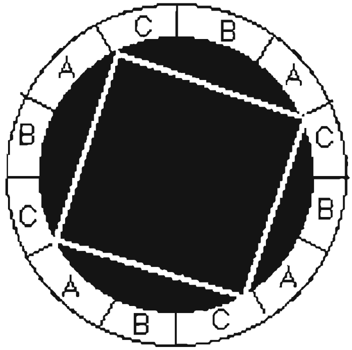
«Bisogna non dimenticare che Filolao dedicò l'angolo del triangolo a quattro divinità, quello del quadrato a tre, per mostrare la loro compenetrazione reciproca e la compartecipazione di tutte le cose in tutte le cose, dei dispari nei pari e dei pari nei dispari. Quindi, la triade tetradica e la tetrade triadica, partecipando delle cose buone feconde e produttrici, tengono insieme l'ordinamento complessivo delle cose generate. La dozzina, risultante da esse, estende il potere di Zeus ad una sola unità. Filolao afferma infatti che l'angolo del dodecagono pertiene a Zeus, in quanto Zeus comprende in un'unica combinazione l'intero numero della dozzina».[21]

In questo passo il triangolo equilatero, il quadrato e il dodecagono, ciascuno con una propria perfezione e quindi adatti a misurare cose divine, strutturano il cerchio delle dodici costellazioni dello Zodiaco. Col triangolo l'anno viene diviso in tre "stagioni" ognuna composta da quattro mesi ai quali si assegna il nome di una divinità, come si fa oggi coi giorni della settimana. È questa "stagione" che diventa una monade capace in questo modo di strutturare l'anno. Ma anche col quadrato è possibile fare lo stesso e si trova una nuova organizzazione del ciclo e tutte sono comprese nel 12 che diventa a sua volta una unità: l'anno.

indifferentemente» (Teone di Smirne, *Expositio rerum ad legendum*, 20,19, ed. Hiller). «I due termini cominciarono a distinguersi, con l'opposizione platonica della monade alla diade indefinita». M. T. Cardini, *Pitagorici. Testimonianze e frammenti*, La Nuova Italia, fasc. II, p. 123.

[21] Proclo, *In primum Euclidis elementorum librum commentarii*, 174, 2.





Così a quattro divinità viene consacrato l'angolo del triangolo, e a tre quello del quadrato. E al dio più importante, Giove, è dedicato l'angolo del dodecagono, perché contribuisce a riunire in un'unica configurazione tutte le monadi, dalla più semplice, alla più complessa. Il dodecagono infatti divide lo zodiaco nelle singole costellazioni (l'unità più semplice) e Giove,[22] con la sua orbita che percorre lo Zodiaco in dodici anni, abbraccia in un tutto unico l'intero numero del dodici, costruendo la monade principale, che contiene tutte le altre: l'1 dato da ogni costellazione, e la triade e la tetrade compenetrate nelle successive ripartizioni.

Nel pensiero pitagorico ciò che principalmente conferisce struttura è il rapporto aritmetico che viene realizzato attraverso la scelta di una "unità" di misura comune che permette di descrivere simultaneamente gli oggetti che si desidera rapportare tra loro creando, in questo modo, una unità strutturata, una monade, e per questo essa ha una natura matematica che trasmette a tutto il cosmo. Strutture articolate che vengono descritte da più rapporti, come l'armonia musicale, o i movimenti degli astri, che per i Pitagorici producevano suoni,[23] trovano il loro elemento strutturante in un

[22] Si potrebbe supporre che il pianeta abbia avuto il nome di Giove anche per questa caratteristica della sua orbita, predominante e comprensiva degli altri movimenti celesti, così come Zeus predomina ed è comprensivo di tutti gli dei.

[23] «C'è infatti chi crede che, muovendosi corpi così grandi, ne nasca un suono, perché

"divisore comune" che consente di esprimere in modo unitario tutti i rapporti che intervengono e che è calcolabile coll'"algoritmo euclideo del massimo comun divisore" di origine antichissima. Supponiamo ad esempio di avere tre corde e di voler assegnare ad ognuna una lunghezza in modo che, prendendole a coppie, i rappori tra le lunghezze riproducano le armonie musicali fondamentali: l'ottava (2:1), la quinta (3:2) e la quarta (4:3).

È ovvio che si impone di trovare una misura comune che soddisfi le condizioni poste. È ancora il 12 che risolve il problema. Se infatti la corda più lunga è 12 unità, l'intermedia 8 e la più corta è 6, avremmo ottenuti i rapporti richiesti.

La struttura realizzata non cambia se la lunghezza delle corde è espressa in 6, 8, 12 metri, braccia, centimetri..., vengono in ogni caso prodotti oggetti tutti equivalenti tra loro, e si crea una nuova monade che potremmo chiamare "lira a tre corde". Che a questa stessa lira si possano per via analogica o addirittura quantitativa rapportare altre cose – un'organo, per esempio, o una configurazione di un qualche movimento celeste – è, crediamo, una novità importante del pensiero pitagorico.

La monade può essere allora estremamente complessa, come complesso è individuare in un qualche molteplice una struttura ed è questa, come lo stesso Leibniz, aveva osservato che agisce direttamente sul pensiero:

suono è prodotto dal movimento dei corpi che sono quaggiù, i quali pure sono meno grandi e meno veloci di quelli. [...] Così essi (i Pitagorici) credono, e che i rapporti delle velocità degli astri in relazione alle distanze siano i medesimi degli accordi musicali; e perciò dicono che è armonico il suono degli astri ruotanti» (Aristotele, *De coelo*, II 9, 290b12).

«*Lo stato passeggero che racchiude e rappresenta una moltitudine nell'unità o nella sostanza semplice* [che per Lebiniz è la monade], *altro non è che ciò che si chiama percezione*».[24]

L'idea che la monade non possa essere ridotta a punti materiali estesi ed uguali tra loro ma piuttosto vada vista come una unità strutturata confacentesi alla natura del pensiero e a ciò che essa modellizza, ci sembra possa essere un'idea già chiarmente presente nella scuola pitagorica.

I sassolini

Dice Teofrasto:

«*Questo infatti è proprio di chi è maturo ed assennato, come Archita racontava una volta che facese Eurito quando disponeva certi sassolini: egli diceva infatti che questo era il numero che toccava all'uomo, quello al cavallo, quello ad una qualche altra cosa*».[25]

Aristotele nel *De coelo* interpreta, come abbiamo visto, il numero dei Pitagorici alla stregua di un sassolino, e ancora nella *Metaphysica* dice:

«*Ma neppure è stato definito come i numeri siano causa delle sostanze e dell'essere, se come limiti, al modo che i punti sono limiti delle grandezze, e cioè al modo seguito da Eurito: quando, dicendo che ciascun numero è causa di ciascuna cosa, questo numero dell'uomo e quello del cavallo, disponeva i suoi sassolini in modo da ottenere, così come quelli che ottengono dai numeri le figure del triangolo e del quadrato, le figure* [*degli animali e*] *delle piante*».[26]

[24] Leibniz, *Monadologia*, Mondadori, p. 14.
[25] Teofrasto, *Metaphysica*, 11, 6a19-22.
[26] Aristotele, *Metaphysica*, N 5, 1092b8-13.

Ma Alessandro di Afrodisia[27] spiega meglio e ci racconta che per Eurito, 250 era il numero dell'uomo e 360 quello della pianta – il che già dice che la pianta è poco più di una volta e mezzo l'uomo – e che i sassolini che lui usava erano più o meno uguali nella forma ma di diverso colore. In realtà ciò che Eurito cercava di realizzare col suo mosaico era un modello, una immagine strutturata dell'uomo che potesse essere memorizzata come un concetto,[28] ma che a differenza del concetto, potesse anche mostrare i vari rapporti tra le parti del corpo in termini di numero di sassolini (l'uno che struttura): ad esempio di 50 pietruzze è l'altezza di tutto l'uomo, mentre il viso è di 10 e 30 le braccia. Nasce così una nuova monade, una nuova unità più complessa, ma in un certo senso stabile, che è l'immagine dell'uomo con le sue proporzioni, base per nuovi esercizi di pensiero. L'uomo e l'armonia delle sue forme era un tema caro alla sensibilità greca, ripreso, come è noto, dagli studi rinascimentali sulle proporzioni del corpo umano e in generale sulla teoria delle proporzioni.[29]

Galeno riporta che:

«*C'è una rinomata statua di Policleto che è chiamata Canone appunto perché presenta la perfetta proporzione di tutte le parti tra di loro*».[30]

e ancora:

«[...] *la bellezza egli* [Crisippo] *ritiene che consista nella proporzione non degli elementi , ma delle parti, cioè di un dito rispetto a un altro dito, di tutte le dita rispetto al metacarpo e al carpo,*

[27] Alessandro di Afrodisia, *In Aristotelis Metaphysicam*, 827,9.

[28] «Fede si chiama [la decade] perché secondo Filolao, abbiamo salda fede in essa e nelle sue parti, se le cose le studiamo profondamente. Perciò si può chiamare anche memoria. "Memoria" per le ragioni per cui anche la monade fu detta "Mnemosine"» (Giamblico, *Theologoumena arithmeticae*, 81, in Giamblico, *Il numero e il divino*, Rusconi, p. 495).

[29] F. Ghione, *Luca Pacioli, Divina Proportione*, Hochfeiler CD-Rom, 1998.

[30] Galeno, *De temperamentis*, I 9, 36, 6.

di queste rispetto all'avambraccio, dell'avambraccio rispetto al braccio e infine di tutte le parti fra loro, come è scritto nel Canone di Policleto. Il quale Policleto, dopo aver esposto in questo suo scritto tutte le proporzioni del corpo, convalidò la sua teoria con un'opera, costruendo una statua secondo i precetti da lui esposti e la chiamò con lo stesso nome dello scritto, Canone».[31]

Il sassolino allora diventa una metafora, un'immagine che ci ricorda che l'aritmetica ha necessariamente una natura discreta, contrapposta al continuo geometrico. Ma la disposizione di unità in una figurazione può, come abbiamo visto, indurre abbastanza facilmente a considerazioni errate:

«*Una forma geometrica era pertanto descrivibile come il risultato della disposizione di un certo numero di unità secondo uno schema*».[32]

Il numero triangolare non descrive il triangolo come ente geometrico: se calcolo il semiprodotto della base per l'altezza (l'area del triangolo) non ottengo il numero di punti che costituiscono il triangolo stesso. È il numero triangolare che viene descritto come disposizione di un certo numero di unità secondo una forma geometrica, non il contrario. Quello che la figurazione del numero crea è una struttura che permette di arrivare a esprimere considerazioni o compiere determinate operazioni, che altrimenti sarebbero complicate. Così ciò che oggi scriveremmo come "$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots$" viene rappresentato come un triangolo

○
○ ○
○ ○ ○
○ ○ ○ ○

[31] Galeno, *De placitis Hippocratis et Platonis*, V, 425, 14.

[32] V. Giacchè - G. Tognini, *La Filosofia*, La Nuova Italia, vol. I, 1996, p. 21.

che ne traduce, attraverso la sua forma visiva geometrica, non solo una struttura facilmente memorizzabile, ma anche una sorta di principio generatore di pensiero (l'aggiunta di righe successive, ognuna con un elemento in più di quella precedente) ben più significativo dei nostri puntini. La forma poi permette altre operazioni:[33] accostando per esempio tra loro due di tali unità strutturate

```
o * * * *
o o * * *
o o o * *
o o o o *
```

appare un rettangolo col quale nasce, nel nostro pensiero, una "dimostrazione" della formula che oggi scriveremmo come $2(1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n) = n(n+1)$ o anche

$$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n = n(n+1)/2$$

la quale è dimostrazione (non induttiva, non logicamente formalizzata) proprio perché il principio generatore, che consiste nell'aggiungere una riga di pallini e una colonna di asterischi, si riproduce simile a se stesso indefinitamente.

Un ulteriore esempio di questa natura si trova, a chiusura dell'articolo, nella nostra ricostruzione fantastica e scherzosa di un dialogo tra due Pitagorici, Brontino e Deonono, nel quale si ipotizza la "dimostrazione" dell'incommensurabilità del lato con la diagonale del quadrato.

33 A questo allude Giamblico quando dice: «Ad un'altra occasione l'investigare più ampiamente come, anche se un numero viene quadrato a mezzo di una disposizione fila per fila, ne conseguono i risultati non meno convincenti "per natura e non per convinzione" come dice da qualche parte Filolao» (Giamblico, *In Nicomachi arithmeticam introductionem* 19, 21, in Giamblico, *Il numero e il divino*, Rusconi, p. 225).

L'analogia

Esiste un legame profondo e in un certo senso insospettato tra il concetto di monade così come lo intendiamo e l'analogia. Anche Archimede nell'Arenario pensa alla monade non come ad un granello di sabbia ma come un "uno" formato da una miriade di miriadi di granelli di sabbia: il molteplice viene a sua volta strutturato creando nuove equivalenze. Ciò che Archimede cerca è un nome da dare a ciascun numero, anche molto grande, e con essi poter eseguire dei calcoli. Ecco il suo metodo: partendo dall'unità si assegna un nome ai primi 10000 numeri: a 10000 si dà il nome di miriade. Con la miriade possiamo costruire una miriade e dieci, una miriade e 100, una miriade e 1000, 2 miriadi, ecc. e, proseguendo in questo modo, arrivare alla miriade di miriadi e dare così un nome a ogni numero da 1 a 10^8. A questo punto, per analogia, Archimede pensa alla miriade di miriade come a una nuova unità (μόνας),[34] una monade alla quale dà il nome di "unità dei numeri di tipo 2". Di queste unità se ne possono fare ancora una miriade di miriadi arrivando in questo modo, ad avere un nome per tutti i numeri fino a 10^{16}. E la miriade di miriadi di unità dei numeri di tipo 2 diventa ancora uno, diventà "unità dei numeri di tipo 3" e così via.

$$1 : 10^8 = 10^8 : 10^{16} = 10^{16} : 10^{24}$$

Il processo continuo di riduzione all'uno è palese e la natura strutturante della monade esplicita. Potremmo esprimere in forma concisa, come è costume dei matematici, in una formula questo concetto:

$$1 : A = A : B$$

Ecco che appare l'uno a primo membro che misura la moltitudine A, la quale poi, per analogia diventa essa stessa come l'uno, nuova monade con cui misurare la moltitudine B. È interessante nota-

[34] Archimede, *Arenario*, 147, 2-10 (Mugler).

re come il termine tecnico usato all'epoca per definire la proporzione continua (tra tre termini A : B = B : C o quattro A : B = C : D) sia "analogia" (analogia): il rapporto tra A e B è analogo al rapporto tra B e C.

Il metodo analogico, antichissimo, trova nella proporzione aritmetica una sua prima formalizzazione rigorosa che produce anche un termine che diventerà poi, nel linguaggio comune, sinonimo di una forma generale di pensiero pervasivo nelle arti come nelle scienze. Ma è nelle scienze soprattutto che il metodo analogico ha prodotto i maggiori risultati. Un modello scientifico, fornisce, in un certo senso, una corrispondenza analogica tra gli elementi strutturati di un oggetto teorico essenzialmente matematico, e gli elementi fisici che con quel modello si vuol rappresentare. Seguiamo su un esempio di natura astronomica come l'analogia si sia sviluppata, dai pitagorici, ad Aristarco di Samo ad Archimede.

Aristotele dice nel *De coelo*:

«*I più dicono che la terra sta nel centro* [...] *il contrario affermano i filosofi Italici, chamāti Pitagorici; essi dicono che nel mezzo c'è fuoco, e che la terra è un astro, che movendosi in circolo intorno al centro produce la notte ed il giorno. E inoltre suppongono un'altra terra opposta a questa, che chiamano antiterra. Essi non indagano le ragioni e la cause partendo dai fenomeni, ma al contrario, cercano di tirare i fenomeni a certe loro ragioni e opinioni, e a queste adattarli. Ed anche molti altri sarebbero d'accordo con loro che non se debba assegnare alla terra la sede nel centro, qualora ricavassero le proprie convinzioni non dall'osservazione dei fenomeni , ma piuttosto da astratti ragionamenti. Quelli infatti ritengono che al corpo più nobile convenga il luogo più nobile; che il fuoco è più nobile della terra; che i termini valgono più delle parti intermedie; e termini sono tanto la parte estrema che il centro. Sicchè per analogia con queste loro affermazioni, non la terra essi credono che occupi il centro della sfera, ma il fuoco*».[35]

[35] Aristotele, *De coelo*, II 13, 293a17-b1.

Dunque Aristotele attribuisce ai Pitagorici il tentativo di formulare modelli scientifici fondati su "astratti ragionamenti" centrati sul metodo analogico: il rapporto tra il fuoco e la terra, il primo più nobile del secondo, è analogo a quello tra il centro e l'universo intero e per questo è il fuoco che sta al centro. Questa analogia viene ripresa da Aristarco di Samo, il fondatore della teoria eliocentrica, il quale riconsidera il rapporto tra il centro e l'universo per determinare quantitativamente la dimensione dell'universo stesso secondo quanto ci riferisce Archimede, sempre nell'Arenario:

«*Lui (Aristarco) suppone che le stelle fisse e il sole restino immobili, che la terra giri attorno al sole su una circonferenza che ha il suo centro nel sole e che la sfera delle stelle fisse che si estende attorno allo stesso centro, cioè al sole, abbia una grandezza tale che il rapporto del cerchio, sul quale si suppone che giri la terra, con la distanza delle stelle fisse è analogo al rapporto del centro della sfera con la sua superficie. Certo questo è evidentemente impossibile dal momento che il centro della sfera non ha grandezza e quindi non può avere rapporto (logon) con la superficie della sfera. Ma si può credere che il ragionamento di Aristarco sia il seguente: poiché ammettiamo che la terra è in un qualche modo il centro del mondo, il rapporto tra la terra e quello che noi chiamiamo comunemente il mondo (il mondo è la sfera con centro la terra e raggio la distanza terra-sole) è uguale al rapporto della sfera che contiene il cerchio su cui si muove la terra con la sfera delle stelle fisse*».[36]

La conclusione dunque alla quale arriva Archimede è che il rapporto tra la grandezza della terra e quello del mondo è uguale al rapporto tra la grandezza del mondo e quella dell'universo. Ancora una proporzione di tre termini in cui la terra nasce come unità di misura del mondo il quale poi diventa l'uno, la monade, il "punto" al centro dell'universo. Questa analogia, ovviamente, cono-

[36] Archimede, *Arenario*, 135, 11-27 (Mugler).

scendo la grandezza della terra e quella del mondo cioè la distanza terra-sole, consente di calcolare la grandezza di questo universo ipotizzato da Aristarco. La forza dell'analogia come metodo quantitativo, al di là dell'esattezza dei modelli elaborati, apre la via al nascere di una scienza esatta, fondata su modelli teorici e "ragionamenti astratti" che troverà pieno sviluppo in ogni campo a partire dal III secolo a.C.

In altre parti lo stesso Aristotele sembra apprezzare molto il metodo analogico come strumento di pensiero:

«[...] *ma è grandissimo veramente che ci sia l'espressione metaforica. Solo questa non si può mutuare da altri, e poi è indizio di nobiltà, perché l'usare bene la metafora significa il percepire con la mente il concetto affine*».[37]

Questo passo della poetica di Aristotele testimonia come anch'egli riconosca forme produttive di pensiero non riconducibili alla logica e al sillogismo, e le veda come fonti di originalità e creatività, caratteristiche che non si possono apprendere con uno studio sistematico, che invece permette a chiunque di imparare i principi della logica.

L'irrazionale

Poiché la struttura della monade nasce dal rapporto aritmetico, se il rapporto aritmetico non è possibile, non è possibile neanche il nascere di una struttura che permetta l'individuazione di un "uno" e l'unificazione, alla fine di questo processo, del sensibile. L'irrazionale scuote la semplicità di questo sistema e pone nuovi difficili problemi. I numeri interi non sono più sufficienti per descrivere ogni tipo di rapporto. Anche nella musica, dove il metodo pitagori-

[37] Aristotele, *Poetica*, 1459a5-8. Trad. it: *Dell'arte poetica*, a cura di C. Gallavotti, Milano, Fondazione Valla, p. 89.

co ha trionfato, si pone lo stesso problema poiché, se si vuole dividere l'ottava, cioè il rapporto A:2A in due intervalli uguali, si dovrà trovare una grandezza X per la quale

$$A : X = X : 2A$$

Questa proporzione non può essere risolta con numeri interi: qualunque valore intero si attribuisca ad A ed a X non si riuscirà mai ad ottenere

$$X^2 = 2A^2$$

(espressione equivalente alla proporzione precedente)

poiché nessun numero intero quadrato può essere scritto come somma di due numeri interi quadrati e uguali tra loro. Geometricamente l'equazione si risolve facilmente prendendo la diagonale del quadrato di lato A, ma la grandezza così costruita non può essere misurata a partire da una monade che ne misuri anche il lato A. Insomma tra aritmetica e geometria, che pure parevano identificarsi, si stende un fiume che terrà le due discipline separate per moltissimi secoli privilegiando per la sua potenza di calcolo la geometria e le sue costruzioni. La riga e il compasso, più potenti delle palline dell'abaco, ne prenderanno il posto. Resta tuttavia un algoritmo (quello delle frazioni continue basato sull'algoritmo euclideo probabilmente noto da tempi antichissimi), che, a partire dalla diade iniziale, dalle due grandezze il cui rapporto non è analogo ad alcun rapporto tra numeri interi, permette di costruire un'alternanza di rapporti interi che approssimano sempre più per eccesso e per difetto il rapporto dato. Ne nasce ciò che oggi diremmo una successione di Cauchy razionale che ha come limite il rapporto iniziale. La diade primogenita definisce ancora un ben definito "principio generatore" un processo che consente in ogni caso di costruire la successione di Cauchy. Quanto basta per stabilire un ponte, se pure con infinite arcate, tra l'aritmetica cioè i numeri (interi) e le grandezze, cioè la geometria. Una base coerente, crediamo anche di una certa consistenza didattica, con la quale, prescindendo dal metodo di Eudosso, costruire per via algoritmica i numeri reali. Ma lo sviluppo stesso della teoria matematica fondata dai Pitagorici, la sua ricchezza concettuale porrà difficoltà ancora maggiori del problema dell'incommensurabilità, sicuramente ben chiare a Filolao ed Archita.

Ad esempio: supponiamo di voler dividere in tre intervalli uguali l'ottava, cioè il rapporto A:2A. Si dovrà allora trovare una grandezza X e una grandezza Y in modo che:

$$A : X = X : Y = Y : 2A$$

ciò è equivalente a risolvere l'equazione

$$X^3 = 2A^3$$

la cui soluzione X non solo non è commensurabile con A ma neppure è costruibile con riga e compasso. In questo caso dunque, come nel caso precedente, l'aritmetica dei numeri interi non basta a risolvere la questione, ma anche il ben più potente strumento geometrico si rivela inefficace. Archita[38] per risolvere questo problema immagina una costruzione molto ardita ed ingegnosa che fornisce la soluzione come intersezione di una sfera con un cilindro e un toro. Anche Eratostene troverà una sua soluzione, progettando uno strumento meccanico, il mesolabio, capace di determinare la soluzione X come punto particolare di una scala graduata.

Nel dialogo che segue proponiamo una dimostrazione "secondo natura" dell'incommensurabilità della diagonale del quadrato col lato, cercando di rispettare lo spirito e la mentalità pitagorica e di rappresentare la presa di coscienza di una antinomia profonda destinata a scuotere il pensiero scientifico e filosofico greco.

[38] Eutocio, *Commentarii in libros de sphaera et cylindro*, II (III, 84 Heiberg).

Il Primo Quadrato

BRONTINO: ...vedi, Deonono come il tre è il Primo Triangolo e ha in potenza tutte le proprietà dei dispari, così il quattro è il Primo Quadrato, e come tale contiene in sé, in potenza, i numeri tutti, dal momento che l'1 e il 2 e il 3 e il 4 ch'egli contiene fanno il numero 10, e dopo il 10 i numeri si ottengono tutti decina dopo decina, senza nient'altro aggiungere.

DEONONO: e contenendo i numeri tutti contiene in potenza anche tutti i rapporti numerici?

BRONTINO: certo, e prima di lui li contiene l'uno, che è forma delle forme, come insegna il Maestro.

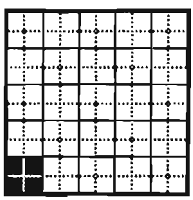
DEONONO: quel che non sai, Brontino, è che i rapporti espressi in potenza dal Primo Quadrato non sono tutti i rapporti...

BRONTINO: parla piano! Che eresie vai dicendo? E cosa poi rende palese questa mostruosità che pensi di farmi credere?

DEONONO: è proprio quel tuo Primo Quadrato a dircelo, Brontino, e se stai quieto lo faremo parlare, e sarà lui a convincerti.

BRONTINO: sei pazza, Deonono, ma la pietà degli Dei è grande e saprà risparmiarti, appena avrai finito di mostrarmi quanto dici, se ammetterai i tuoi errori.

DEONONO: guarda con me, Brontino. Tu sai che il Primo Quadrato costruisce tutti i quadrati di lato pari.



BRONTINO: certo, Deonono, ma cosa ha in comune questo fatto legato all'illimitato e al divino, con l'eresia di poc'anzi?

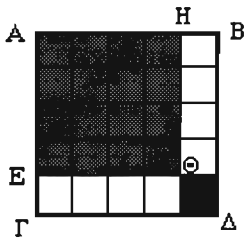
DEONONO: aspetta, Brontino, non ti impazientire. Tu sai anche che il Primo Quadrato non può costruire un quadrato di lato dispari.

BRONTINO: anche questo è palese, mia cara Deonono, ma non mostra proprio nulla.

DEONONO: ... e ancora che se con le unità di un quadrato dispari provi a far tanti Primi Quadrati quanti ne vengono, quando avrai finito avanzerà sempre una unità.

BRONTINO: come fai a sapere che avanzerà sempre e solo una unità, Deonono? Perché non ne possono avanzare due, o tre?

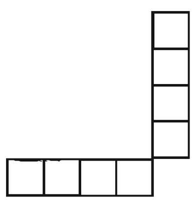
DEONONO: guarda tu stesso, caro compagno



convieni con me che il quadrato dispari ΑΒΓΔ, tolto lo gnomone, darà il quadrato pari ΑΕΘΗ, costruito interamente quindi da Primi Quadrati?

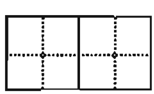
BRONTINO: sicuro, mia sprovveduta amica.

DEONONO: e che lo gnomone, tolta l'unità che ho segnato, darà due volte il suo braccio pari?



BRONTINO: certo...

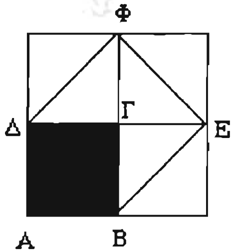
DEONONO: e che queste sue braccia chiuse generano Primi Quadrati, senza alcun resto?



BRONTINO: non si può negare, dolce compagna. E vedo compiersi la prova di quel che mi volevi mostrare: se con le unità di un quadrato dispari si costruiscono tanti Primi Quadrati quanti è possibile, ne avanzerà sempre e solo una unità. È singolare questo, ma come ci avvicina all'eresia che ti ho sentito dire prima?

DEONONO: non avere fretta, Brontino, ché la strada è ancora lunga e gli dei non ci saranno benevoli, ne son certa! Guarda qui: vedi questo quadrato? Credi che ne possa esistere uno doppio?

BRONTINO: ah! Povera amica mia! Ti sei persa in questa ricerca, e non riuscendo a trovare un quadrato doppio di uno dato, smetti di credere nella potenza creatrice del numero? Ma guarda, ecco come si trova quello che vai cercando:



come puoi ben vedere, ΔΒΕΦ è doppio di ΑΒΓΔ! E ancora una volta è il primo quadrato che permette di generare una tale meraviglia.

DEONONO: sei sempre pronto a interrompermi, Brontino, e così mi fai ripetere le cose mille volte! Ecco, hai trovato il doppio di un quadrato, che sia quadrato anch'esso. Questo è inconfutabile. Ma, dimmi, pensi che esistano due numeri sui quali costruire tali quadrati?

BRONTINO: che dici, donna? Come puoi mettere in dubbio che esistendo i lati, e tu li vedi con i tuoi occhi, non esistano anche i due numeri appropriati a descriverli?

DEONONO: non ti scaldare, Brontino, che ti servirà tutta la forza del tuo spirito, tra poco, per accogliere le verità che ti sto dicendo. Allora ammetto che questi due numeri esistano...

BRONTINO: diavolo di una donna! Mi avevi fatto preoccupare, per un attimo!

DEONONO: e se esistono, potrò vedere se sono entrambi pari, o uno pari e uno dispari.

BRONTINO: ... te lo concedo...

DEONONO: e se sono entrambi pari, posso cambiarli con le loro metà, e ottenere ancora una coppia che possa descrivere il lati dei quadrati come la precedente. E così fino a che uno di loro non sia dispari.

BRONTINO: e perché non dispari entrambi?

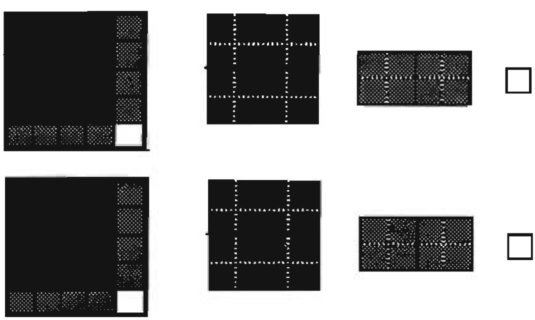
DEONONO: perché mio caro Brontino, il quadrato più grande, essendo doppio di una data quantità, è senz'altro pari, e allora anche il suo lato deve essere pari.

BRONTINO: la cosa comincia a imbrogliarsi, ma guarda che sono ben capace di tenerti dietro senza farmi confondere. Hai detto insomma che il quadrato ΔΒΕΦ, dopo essere arrivati a numeri che non possono essere più dimezzati, deve avere per forza il lato pari e che il quadrato ΑΒΓΔ lo deve avere per forza dispari.

DEONONO: giusto. In altre parole ho detto che il quadrato ΔΒΕΦ è costruito dal Primo Quadrato, essendo pari, e che da ΑΒΓΔ invece, essendo dispari, si possono ricavare un certo numero di Primi Quadrati, con l'avanzo di una unità.

BRONTINO: certo, e allora?

DEONONO: ma non capisci, Brontino? Se raddoppio il quadrato ΑΒΓΔ avrò il doppio di quei Primi Quadrati, e mi avanzeranno due unità. E come posso, con quei Primi Quadrati e due unità coprire ΔΒΕΦ, che è fatto interamente di Primi Quadrati?



Come vedi, mio povero Brontino è impossibile che il doppio delle unità che misurano il quadrato ΑΒΓΔ, possano anche misurare il quadrato suo doppio, ΒΔΕΦ, fatto di Primi Quadrati: ci saran sempre due unità che non trovano posto!

E così tu, mio maestro, e io, tua allieva, saremo per la vita legati da questo segreto divino, che apre al pensiero le porte di un mondo misterioso: il Primo Quadrato, che in potenza contiene in sé tutti i rapporti, ma in potenza ne distrugge anche l'anima divina, negando loro la partecipazione all'essenza della Monade, dell'Uno Infinito, mostrando l'esistenza di una infinita alterità da loro.

Ma finché le mani del Maestro non lasceranno le nostre, caro compagno, saprò avanzare sicura oltre quelle porte, a dispetto di tutti gli Dei e della loro furia.

Ringraziamo Lucio Russo per le stimolanti discussioni su questi argomenti e Fabio Acerbi per i preziosi consigli e le traduzioni dal greco che abbiamo riportato nell'articolo.