DISEGNARE LA NATURA. I MODELLI MATEMATICI DI PIERO, LEONARDO E GALILEO PER TACER DI LUCA

Tito Tonietti

Anche Epistemone acquistò un quadro nel quale erano dipinte al vivo le idee di Platone e gli Atomi di Epicuro. Un altro, acquistato da Rizotomo, rappresentava Eco al naturale.

François Rabelais

1. Piero, o della terra

Il 12 ottobre 1492 è la celebre data nella quale Colombo sbarcò ai Caraibi ritrovando terra dopo più di due mesi di navigazione in Atlantico. Nello stesso giorno moriva Piero di Borgo Sansepolcro, detto della Francesca. Non c'è manuale di storia che non faccia iniziare da quella data l'epoca moderna. La singolare coincidenza spinge anche me a prendere questo momento per raccontare alcuni episodi caratteristici del conflitto che dà ritmo all'evoluzione della relazione tra le scienze matematiche ed il mondo naturale.

Luca Pacioli era un concittadino ed un allievo (più giovane di una generazione) di Piero, ma non posso scrivere che fosse un borghese del Borgo Sansepolcro (cittadina vicino ad Arezzo) come lui, perché faceva invece parte dei frati minori francescani. Nel 1494, fratello Luca dava alle stampe a Venezia la sua *Summa De Arithmetica*, nel 1498 dedicava e donava a Ludovico Maria Sforza duca di Milano chiamato il Moro un «breve compendio e utilissimo tractato detto *De Divina Proportione*», mentre nel 1509 avrebbe pubblicato una versione latina degli *Elementi* di Euclide (Pacioli 1956).

La terza parte del *De Divina Proportione* venne intitolata «De corporibus regularibus» ed è la trascrizione in lingua italiana dell'omonimo trattato latino di Piero della Francesca, come è risultato dopo il ritrovamento dell'originale. Ma il nome dell'oggi celebre pittore non fu neanche menzionato (Pacioli 1509; Piero 1913). Favorito dalla scomparsa del maestro, frate Luca si stava macchiando dunque di ingratitudine e di plagio?

Certo, molto doveva aver letto ed imparato questo nostro fratello nella «bottega» di Piero. Non di pittura tuttavia, bensì proprio di matematica. E di questo possiamo essere passabilmente sicuri perché Piero non ci ha lasciato solo i colori, gli spazi e le armonie terrestri degli affreschi per la Storia della Croce in Arezzo, ma anche tre trattati di matematica: il *Trattato d'abaco*, databile intorno al 1450 (Piero 1970), il *De Prospectiva Pingendi*, scritto probabilmente prima del 1482 (Piero 1942) ed il *De Quinque Corporibus Regularibus*, dei suoi ultimi anni di vita già citato sopra.

Il *Trattato d'abaco* appare un repertorio di regole ed esercizi di algebra «necessarie a' mercanti», ad uso dei mercanti. Gli esercizi, molto pratici, conducono ad equazioni nelle quali l'incognita compare a varie potenze, anche superiori alla seconda. Piero fornisce in genere le regole di risoluzione, che talvolta contengono errori. La soluzione viene sempre calcolata esplicitamente ed è sempre espressa da un numero o radice.

> *Uno fa doi viaggi, il primo guadagna 12 et al secondo viaggio guadagna a quella medesima raigione che 'l primo, et trovase 64 fiorini. Domando con quanti se mose prima* (Piero 1970, p. 131).

L'incognita detta «la cosa» viene indicata con un trattino sopra il numero, $\bar{1}$, il suo quadrato il «censo» con un piccolo quadratino, $\overset{\square}{1}$, mentre per il cubo Piero usa una piccola «c». Questa notazione simbolica segnala dunque una certa astrazione, anche se non è quasi mai indipendente dalle parole.

La difficoltà classica di fronte alle radici che conducono agli irrazionali viene riporetata così:

> *Et sono alcuni numeri che ànno radici discreta la quale, se po' intendere; et alcuni sono che l'ànno indiscreta, la quale è dicta sorda, le quali è imposibile trovare.*

Una tragedia dunque? Niente affatto perché Piero con calma aggiunge:

ma in che mo' vi se po' aprossima' [...] lo mostrarò (*ivi*, p. 76).

Ad un certo punto abbandona il costo dei cavalli, i viaggi di affari, gli interessi, i cambi di valuta per la geometria dei triangoli, quadrati, pentagoni, cerchi ed alcuni solidi. Ma, da buon pittore e mercante ne cerca le lunghezze dei lati, le aree ed i volumi. La sua tecnica consisteva nel tradurre il problema in un'equazione algebrica e nel cercarne la soluzione, che doveva esserci sempre, attraverso una procedura numerica. La geometria algebrica appare più vicina (Piero 1970, p. 169).

Dopo un rigo di definizione ed un disegno cristallino, tutto viene subito tradotto in numeri ed in un calcolo esplicito.

Il tondo è una figura circulare compresa da una linea sola la quale se' chiama circumferentia, et la magiore linea che la seghi è dicta diametro (*ivi*, p. 198).
[...]
Egl'è uno tondo che il diametro suo è 7. Domando quanto sirà la sua circumferentia. Sappi che omni diametro de ciascuno tondo entre nella sua circumferential tre volte et uno sectimo; però moltiplica 3 1/7 via 7 fa 22, [...] (*ivi*).

Certo, per i concreti affari dell'alta valle del Tevere non sarebbe importato granché sapere dell'irrazionalità di π. Tuttavia, anche per l'apollineo Piero il mondo doveva risultare più complesso di qualche figura geometrica.

Et perché a le volte acade a mesurare corpi inregulari i quali non se possono mesurare per linee, conmo è statue de marmo o de metallo cioè figure de animali rationali et inrationali.

Allora suggerisce di prendere una scatola di legno ben stagna, di riempirla d'acqua e di calcolare l'aumento di volume dell'acqua quando vi si immerge la statua (Piero 1970, p. 234).

Così a due passi dal rifugio francescano della Verna abbiamo ritrovato nostra sora acqua proprio per dominare l'irrazionale. Del resto Piero, che cita Euclide, Archimede e Tolomeo, adoperava anche il metodo greco classico di trattare le grandezze irrazionali. Dovendo calcolare il lato AB del pentagono nota la corda EB usa il risultato che (Fig. 1)

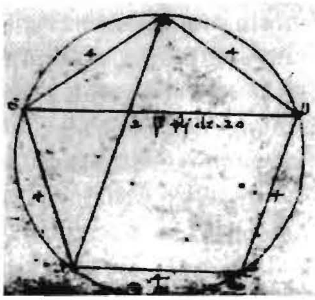

Fig. 1.

AB = HB, dove EH : HB = HB : EB, dunque la proporzione «avente il meçço et doi stremi» (*ivi*, p. 189). Proporzione che mette subito in equazione algebrica arrivando ad una radice irrazionale. Inoltre si ha il sospetto che per risolvere certe equazioni – come $\overset{\square}{1} + \overline{4} = 140$, cioè $x^2 + 4x = 140$ – si serva di costruzioni geometriche, anche se non le disegna. (*ivi*, pp. 122-123; cfr. p. 19).

In ogni caso, col *De Prospectiva Pingendi* Piero cambiava tono e nonostante nel testo e nelle figure si vedano dei numeri essi stanno quasi sempre ad indicare dei punti del disegno quando le lettere dell'alfabeto non sono più sufficienti. Qui si tratta proprio di geometria ed addirittura Piero sostiene che coi numeri non si possono dimostrare come cambiano queste proporzioni e dunque «le dimostrerò colle linee» (Piero 1942, p.74).

Egli intendeva in effetti dare regole con le quali diminuire le dimensioni relative delle figure e dei solidi visti da lontano onde poterli rappresentare su un foglio con un disegno. Per costruire la prospettiva, che considerava una delle tre parti principali della pittura, Piero dimostrava una lunga serie di proposizioni ciascuna delle quali è accompagnata almeno da un disegno che dunque risulta ora la parte fondamentale della struttura argomentativa.

Dunque per Piero la prospettiva è la geometria che si vede e così essa diventa vera scienza. Ma per ottenere questo risultato deve adeguare le definizioni classiche di punto, linea e superficie ai suoi modelli che rimangono quelli di un pittore. Infatti, secondo i geometri, il punto e la linea sono immaginari e non appaiono che all'intelletto invece

io dico tractare de prospectiva con dimostrazioni le quali voglio sieno comprese da l'ochio.

Dunque se il punto può certo essere reso piccolo quanto si vuole, non deve andare sotto la percezione dell'occhio *(ivi*, p. 65).

Piero considerava anche l'ampiezza dell'angolo dell'occhio, quando usava la geometria per la proposizione XII del Libro secondo (*ivi*, pp. 125-126). Qui, altrimenti, la prospettiva per un colonnato cadeva in paradosso, disegnando un oggetto accorciato maggiore di quello non accorciato (per la diversa soluzione più «pittorica» di Leonardo si veda G.P. Richter, *The Notebooks of Leonardo da Vinci*, Dover 1970, vol. I, p. 55).

Nella sua pratica di pittore, Piero portava alla luce il conflitto tra il ragionamento geometrico ed i buoni sensi. Da una parte, in certi casi, riusciva a dare dimostrazioni geometriche efficaci su come disegnare alcuni oggetti in prospettiva. Dall'altra, costruiva (come aveva fatto talvolta persino Euclide) i risultati facendo ricorso ai raggi visivi, rappresentandosi quindi le linee attraverso l'occhio. All'estremo opposto, nel Libro terzo, riprendeva alcune proposizioni elementari già dimostrate per introdurre un nuovo metodo reso più concreto per meglio trattare «corpi più difficili»:

Nel puncto .A. se ficchi il chiodo, o vuoli uno acho con filo di seta sutilissimo, siria buono uno pelo di coda di cavallo, spitialmente dove a a fermarse su la riga (*ivi*, p. 130).

Attraverso tali costruzioni, Piero riusciva ad essere maggiormente fedele ad Euclide di quanto lo fossero quegli accademici i quali ne stavano dando letture troppo platonizzanti a sfondo religioso (cfr. più avanti il paragrafo 2).

L'interesse per la costruzione si ritrova anche nell'ultimo trattato rimastoci di Piero, quello su i cinque solidi regolari – tetraedro, cubo, ottaedro, dodecaedro, icosaedro – detti anche solidi platonici. Quantunque ben noti ad Euclide e ad altri geometri, Pietro ne presenta una versione «per gli aritmetici» (Piero 1913, p. 488). Si tratta sempre infatti di calcolare un numero che rappresenta la lunghezza di un lato, di un diametro, la misura di una superficie o di un volume. Ritroviamo alcuni esercizi del *Libro d'abaco*, ma dati con maggiore attenzione. Ad esempio, dovendo calcolare la lunghezza di una circonferenza il cui diametro sia 7 come sopra, ora il risultato viene approssimato tra tre volte ed 1/8 e tre volte ed 1/7 il diametro (*ivi*, p. 515).

Nelle figure del *De Prospectiva Pingendi*, quando disegnava i capitelli, le teste e le cupole, si ritrovano le capacità pittoriche di Piero. In quelle che accompagnano il *De Quinque Corporibus Regularibus* non si manifesta invece quasi alcun interesse per una bella rappresentazione prospettica dei solidi platonici. I disegni sono infatti parte della argomentazione matematica e servono alla costruzione del risultato, tanto che i solidi sono rappresentati per sezioni o per mettere in luce gli aspetti adatti al calcolo (Fig. 2).

Fig. 2. Dodecaedro di Piero (Piero 1913, tavola IV n. 93).

Piero derivava i criteri di rilevanza per i propri modelli matematici dal contesto sociale e culturale della sua famiglia composta da mercanti del '400 toscano e dalla pratica della sua bottega di pittura. Per questo, i tipi di matematica che gli interessavano erano la nascente algebra praticata dagli arabi ed importata in Italia da Leonardo Fibonacci e la geometria dell'occhio. Con tale matematica, argomentare significava *costruire* il risultato attraverso una procedura tutta esplicita che, quando necessario, non disdegnava fare ricorso, come si è visto, anche a mezzi empirico-sperimentali ed alla fisiologia del vedere. Dunque questo risulta il suo criterio di rigore. Ma, se nel caso della scienza per gli affari venivano considerati pertinenti ovviamente gli aspetti «discreti» e numerici, non potevano certo essere trascurati quelli analogici e geometrici per costruire modelli matematici che andassero visti.

Dunque, i criteri di pertinenza del nostro pittore erano agitati da un conflitto che segnala una trasformazione in atto nel '400. Piero, che usava per la prospettiva i teoremi di geometria ed introduceva nuove equazioni algebriche di grado superiore al secondo, ha lasciato la sua impronta nella matematica del suo tempo soprattutto perché modificava il classico stile euclideo traducendolo nel linguaggio adatto alla sua pratica di vita. È sotto questo aspetto cioè che i suoi modelli matematici del far di conto e della prospettiva sono originali (cfr. Daly, 1977; Ghione 1989).

Tra il calcolo numerico approssimato delle radici o di π e la sua geometria dell'occhio, Piero dissolveva soprattutto l'antico problema degli irrazionali. Persino il mondo ideale di Platone non si trova ben collocato nelle sue pagine, tantè che anche quando parlava dei cinque poliedri regolari non sembrava cogliere l'occasione per dichiarare esplicitamente la sua fede filosofica, se fosse stata quella. Si può ben amare l'armonia delle proporzioni e delle figure geometriche e dunque indulgere persino alla costruzione di modelli matematici senza aderire al platonismo che è altra cosa. In fondo, sulla testa della madonna di Brera si vede appeso un vitalissimo uovo e non, seguendo il *Timeo*, il dodecaedro simbolo della Quinta Essenza (Fig. 3).

Fig. 3. Piero, Madonna di Brera (Pinacoteca di Brera, Milano); il secondo santo da destra viene considerato il ritratto di Luca Pacioli.

Qual'è 'l geometra che tutto s'affige
per misurar lo cerchio, e non ritrova,
pensando, quel principio ond'elli indige
tal era io a quella vista nova:
veder volea come si convenne
l'imago al cerchio e come vi s'indova,
ma non eran da ciò le proprie penne.

Dante Alighieri

2. Luca, o del cielo

Tutto ciò che non si trova nelle terrose pagine di Piero, viene al contrario magnificato nella retorica di Luca Pacioli. Infatti, per il nostro frate i poliedri regolari rappresentano, come in Platone, l'essere e l'ordine dell'universo: il tetraedro corrisponde al fuoco, il cubo alla terra, l'ottaedro all'aria e l'icosaedro all'acqua, mentre il dodecaedro viene appunto riservato alla Quinta Essenza, cioè alla Virtù Celeste conferita da Dio. E la formazione del dodecaedro viene considerata anche la quinta delle «convenientie» che hanno condotto Luca a chiamare il suo trattato *De Divina Proportione*. La proporzione detta in Euclide del mezzo e dei due estremi, che a Piero serviva a costruire pazientemente la figura del pentagono e di alcuni solidi, ora permette a Luca di raggiungere il cielo. Ecco perché si chiama «divina», «santa» e «prelibata.» Essa partecipa anche degli altri attributi di Dio. È una, «lei fia una sola e non più» e trina, perché viene data tra tre termini; ed inoltre risulta immutabile ed eterna. Soprattutto,

> *commo Idio propriamente non se po diffinire nè per parolle a noi intendere, così questa nostra proportione non se po mai per numero intendibile asegnare, nè per quantità alcuna rationale exprimere, ma sempre fia occulta e secreta e da li mathematici chiamata irrazionale* (Pacioli 1956, pp. 20-22).

Per fratello Luca non solo gli irrazionali esistono, ma addirittura misurano la distanza tra il mondo terrestre ed il mondo celeste divino proprio perché non sono dicibili ed i loro effetti sono altrettanto essenziali, singolari, ineffabili, mirabili, innominabili, inextimabili, eccessivi, supremi, eccellentissimi, quasi incomprensibili e degnissimi.

La divina proporzione ne rappresenta il modello geometrico principale nella più schietta tradizione euclidea. Essa col tempo si sarebbe chiamata sezione aurea; ogni epoca possiede i propri modelli culturali.

Frate Luca non poteva inserire l'opera di Piero sullo stesso argomento riconoscendone la paternità e dunque i meriti, perché con il suo stile ed i propri criteri lo avrebbe fatto cadere di nuovo dal cielo sulla terra. Molto utile per lui sarebbe invece stato corredare il proprio trattato di esercizi numerici che dimostrassero come però la terra dal cielo si potesdse ricavare. Dunque, per usare il linguaggio della filosofia della scienza contemporanea, si trattava più di due paradigmi e di due programmi di ricerca incommensurabili che di ingratitudine e di plagio. Del resto passo subito a fare a mia volta la sezione aurea della situazione per fornire un modello di questa irrazionalità, senza alcuna paura di cadere nell'irrazionalismo.

Di fatto, anche se cittadini dello stesso Borgo e dello stesso ambiente mercantile, Piero prevalentemente su commissione seguiva la modesta pratica artigiana del pennello, mentre Luca era assurto alla ben più nobile arte dell'argomentazione retorica e della discussione. Aveva girato mezza Italia tenendo lezioni a Perugia, Napoli, Venezia, Milano. Era insomma un professore universitario dell'epoca che si rivolgeva prevalentemente ai suoi colleghi, in maggioranza ancora certamente religiosi come lui che frequentavano le istituzioni ecclesiastiche e le corti. I suoi criteri di rilevanza venivano dai testi teologici, quelli di rigore dai libri di Euclide (Fig. 4).

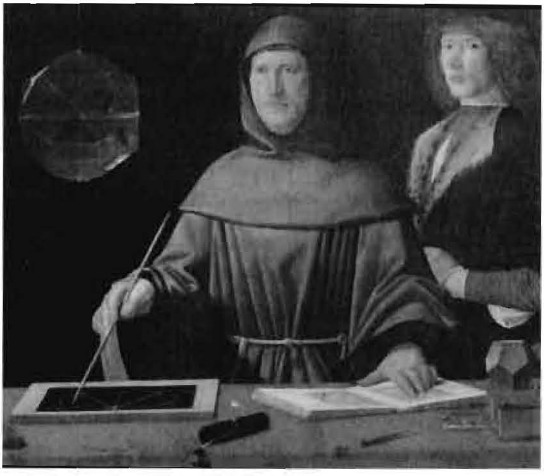

Fig. 4. Jacopo de' Barbari, ritratto di Luca Pacioli. Museo di Capodimonte, Napoli (Daly 1977, fig. 15).

Se si rivolgeva anche ai pittori ed agli altri artigiani colti era per dimostrare quanto la sua sapienza sarebbe stata utile al loro lavoro, che andava guidato dai principî astratti e generali delle sue conoscenze matematiche. Risulta molto significativo al proposito l'episodio dei «sollazzi» che si prendeva con gli scalpellini ignoranti circa la impossibilità di costruire solidi regolari diversi dai magnifici cinque iscritti nella sfera. Impossibilità che naturalmente paragonava subito a quella di definire Dio, come raccontava Cicerone nel *De Natura Deorum* dove a sua volta il latino si beffava della presunzione dei poeti (*ivi*, pp. 110-113).

Certo perfino il Dürer poteva esser riuscito ad imparare qualche cosa dalle matematiche di Luca Pacioli, ma proprio perché questo ultimo l'aveva apprese da un altro pittore. Era il movimento circolare, dove l'efficacia delle scienze matematiche nelle applicazioni pittoriche non derivava dalle verità garantite dal Cielo di Platone o Tommaso d'Aquino, ma ben più realisticamente dalle capacità di creare modelli di Piero, che Luca voleva spezzare per conservare il proprio ruolo.

And I cherish more than anything else
the Analogies, my most trustworthy
masters. They know all the secrets
of Nature, and they ought to be least
neglected in Geometry.

Kepler

3. Leonardo, o dell'acqua

Quando tuttavia il pittore non peccava di troppa ingerenza negli affari accademici altrui poteva ben ricevere lodi e riconoscimenti, soprattutto se lavorava alla stessa corte degli Sforza a Milano e quindi meritava lo stesso soldo.

È il caso di Leonardo da Vinci, che veniva ricordato tra gli altri cortigiani illustri per il suo celebre progetto dell'enorme cavallo di bronzo e dal quale Luca ottenne a corredo del suo trattato una stupenda serie figurativa dei solidi regolari (*ivi*, pp. 147-212) (Fig. 5).

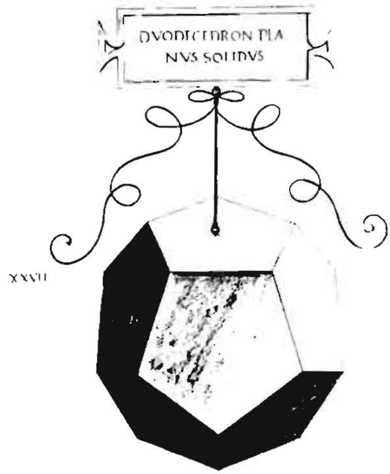

Fig. 5. Dodecaedro di Leonardo (Pacioli 1956, tavola XXVII).

Così ora è Leonardo che li mette in prospettiva, li colora, li ombreggia, li svuota per mostrarne realisticamente l'intelaiatura interna, li taglia, ci appiccica sopra altri solidi facendoli crescere a più di 60, e tutti, come se fossero portalampade, li appende con eleganti nastrini. Insomma, dove Piero ci presentava costruzioni geometriche, Leonardo disegnava invece oggetti che fanno direttamente parte della natura, una natura complessa nella quale le cose si moltiplicano in multiforme varietà.

Leonardo non ci ha lasciato trattati di matematica, anzi come tutti sanno non ci ha lasciato trattati su nulla. Una parte delle sue carte e dei suoi codici sono stati dispersi per mezza Europa da ladri, mercanti, militari e collezionisti. Solo Francesco Melzi, il suo ultimo allievo prediletto, ha tentato di ricomporre un libro sulla pittura, uno studioso più tardo, l'Arconati, quello sull'acqua.

Tuttavia, anche Leonardo studiava Euclide e proprio coll'aiuto di Frate Luca che gli faceva da traduttore, ma non lo trascriveva. Piuttosto, come prendesse appunti, disegnava piccole figure geometriche (Leonardo 1975, foglio 506) su di un altro foglio disegnava il teorema di Pitagora. (*ivi*, fo. 567) Ha proposto un metodo geometrico e sperimentale per la duplicazione del cubo. (*ivi*, fo. 588) Sembra che abbia ricopiato dalla *Summa de Arithmetica* del Luca Pacioli la tavola pitagorica (Leonardo 1974. II, fo. 48v; Reti 1981, p. 91) e la classificazione delle proporzioni (*ivi*, p. 89). Quando gli serviva, si cimentava in calcoli numerici che ogni tanto sbagliava. Ad esempio si trova il calcolo del tempo impiegato da un operaio per scavare un canale coll'uso di una progressione aritmetica. (Leonardo 1975, fo. 567) Stava sicuramente più a suo agio con la geometria che con l'algebra, tanto che estraeva le radici quadrate (*ivi*, fo. 596) e cubiche (*ivi*, fo. 72 e 828) di interi mediante disegni geometrici. Ma c'erano problemi geometrici che lo interessavano assai di più: «De transmutatione d'equali superfizi rettilinie in varie figure curvilinie, e così de converso». Queste varianti della quadratura del circolo gli hanno scatenato la fantasia in una serie innumerevole di casi che tramutava in forme pittoriche di alta qualità decorativa (*ivi*, fo. 455).

Leonardo svolgeva tali esercizi e si occupava di problemi matematici mentre lavorava ai suoi progetti di macchine e di fortificazioni, agli studi anatomici e di natura, agli abbozzi di quadri ed affreschi. Il costante interesse per le scienze matematiche del suo tempo era continuamente affogato nelle altre sue innumerevoli curiosità. Ma non perché le prime lo coinvolgessero meno, visto che troviamo lo stesso atteggiamento nei confronti persino dei lavori di pittura che furono di lentissima fattura, interrotti, ripresi, lasciati incompiuti. Né tanto meno si può pensare ad un superficiale eclettismo, perché la maggioranza delle sue attività manifestava piuttosto tenacia, dimostrata dalla ricorrenza dei temi a lui cari. Dunque un genio, come si dice, universale?

Neanche questo, piuttosto un ingegno singolare ancorato alla convinzione che il mondo apparisse organismo coerente dal funzionamento armonico. Quindi, per comprenderlo, bisogna collegare ogni cosa ad ogni altra seguendone le influenze e formando una catena della quale ogni anello è essenziale perché organo che svolge la sua funzione nel corpo complessivo dell'essere vivente. Leonardo capiva un fenomeno quando era in grado di collocarlo al suo posto in questo organismo. Bisognava dunque anche uscirne fuori per seguirne le tracce e le parentele in un gioco di analogie. I capelli sono come fiumi, i fiumi sono come le vene della terra, il mare è il lago del sangue. Tutte le macchine di Leonardo sono analogiche cioè ispirate da imitazioni, molte imitano organismi viventi come quelle del volo. A loro volta gli organismi viventi sono studiati nella loro materialità di carne, ossa, nervi, senza pietà. Ma poiché le vene sono come i fiumi e le ossa come sassi, le leggi della terra sono anche le leggi dell'uomo; così la fisica di Leonardo si occupava anche di braccia e di gambe rappresentate in leve, bilancie e piani inclinati.

Persino i modelli matematici vanno collocati in questo schema interpretativo. Su di un foglio del Codice Atlantico (Leonardo 1975, fo. 83v) egli ha disegnato una serie di ingranaggi. Si tratta di 24 assi ciascuno dei quali ha da un lato una ruota dentata grande e dall'altra una piccola. Ogni ruota grande è ingranata ad una piccola che compie 10 giri ad ogni giro della prima. Ma essendo la piccola solidale ad un'altra ruota grande posta all'altra estremità dell'asta ed essendo questa a sua volta ingranata ad una nuova piccola, questa ultima farà 100 giri ad ogni giro dell'asse iniziale. E così via, fino all'ultima ruota che compie 10^{23} giri ad ogni giro della prima. Nel nostro tempo, la macchinetta che moltiplica non può che richiamare una calcolatrice, ma Leonardo pensava a tutt'altro. Si tratta infatti di una cosa che gira e che riscalda per attrito e dunque rimanda ad un altro oggetto che ruota, nel cielo, ed emana calore: è il sole.

> *Il sole che scalda tanto mondo [...] e che in 24 ore fà si gran corso, a comparazione di questo strumento, [...] parrà, il sole, senza moto e freddo* (*ivi*).

Come macchina reale, tale dispositivo ha ben poche possibilità di funzionare, perché per produrre una simile energia Leonardo avrebbe dovuto appenderci un peso così grande (nel disegno è di 10.000 libbre) che nessuna asta avrebbe sopportato ed il tutto si sarebbe rapidamente sfasciato, oppure avrebbe preso fuoco. Di questo Leonardo era consapevole, perché suggerisce perni di diamante raffreddati ad acqua, ma tuttavia ci faceva sopra conti usando ora come moltiplicatore 20. Compilava così una tabella nella quale finiva per commettere dei banalissimi errori di calcolo sbagliando a moltiplicare per due ed a mettere alcuni zeri. In ogni caso, abbiamo di fronte *un modello matematico analogico del movimento*, e poiché il movimento produce calore per attrito, anche del *fuoco* (Fig. 6).

Fig. 6. Leonardo 1975 vol. I, foglio 83 verso.

In un altro codice, studiando il funzionamento del cuore, egli ha disegnato un'asta in equilibrio su una sfera (Leonardo 1979a, fo. 166r). Il battito cardiaco veniva da Leonardo visto come un flusso e riflusso creato da una perdita di equilibrio, uno scompenso, la «levità accidentale». Il ripetersi del fenomeno assomiglia dunque allo sbilanciarsi di una asta che pende periodicamente da una parte e dall'altra ed oscilla attorno al punto di equilibrio. Questo modello riesce a riprodurre il ritmo del cuore con l'accumolarsi della tensione muscolare fino al punto critico nel quale l'impulso nervoso rompe l'equilibrio. Una idea simile si trova addirittura in un modello matematico recente che utilizza la catastrofe a cuspide (Zeeman 1977, p. 81).

La procedura analogica di Leonardo ha dunque anche in questo caso condotto ad un modello il quale sembra in grado di riprodurre alcune delle caratteristiche pertinenti del fenomeno studiato. Qualche foglio più avanti (Leonardo 1979$_a$, fo. 171r) sempre a proposito del cuore, il nostro ingegno singolare paragona le cuspidi della valvola dell'aorta al pennone ed alle vele di una nave che si gonfiano sotto la pressione del sangue. Ora Leonardo raffigurava anche i vortici che il sangue forma contro le cuspidi e che le chiudono.

Di fatto, Leonardo costruiva tutti i suoi numerosi modelli attraverso i disegni perché essi contengono le analogie nella forma più pura. Così, in questa tecnica di astrazione egli traduceva i criteri di pertinenza e di rigore con i quali procedeva nello studio della natura.

Se nelle scienze matematiche è venuto col tempo in uso dimostrare le affermazioni fatte, per Leonardo «dimostrare» significava mostrare, cioè rendere evidente alla vista, che dei sensi, a suo parere, rimaneva il più nobile e sicuro (Leonardo 1982$_a$, p. 15 e *passim*).

> *La vera cognizione della figura di qualunque corpo consiste nel vederlo in diversi aspetti [...] Per rendere dunque chiara la figura di qualunque membro dell'uomo, [...], io osserverò la regola predetta facendo di ciascun membro quattro dimostrazioni, una per ogni lato, e delle ossa ne farò cinque* (Leonardo 1979$_a$, fo. 135v).

Più avanti, della mano farà «dieci dimostrazioni». E per chiarire i suoi intenti di costruttore di modelli generali che partecipino dell'ordine organico del cosmo e dunque siano dimostrati aggiungeva.

Fa che il libro degli elementi macchinali con la sua pratica preceda la dimostrazione del moto e della forza dell'uomo e degli animali, e mediante quelli, tu potrai provare ogni tua proposizione (*ivi*, fo. 143r).

Naturalmente, tutte le dimostrazioni sono disegni di anatomia in genere precisi e di grande bellezza, talvolta accompagnati da piccoli schemi geometrici.

Tuttavia, dove Leonardo secondo me raggiungeva il culmine delle sue capacità dimostrative era quando studiava il movimento delle acque. Sparsi per i fogli dei vari codici si trovano disegnate le forme che le acque creano davanti e dietro gli ostacoli, uscendo da strettoie, cadendo dall'alto, intorno ai piloni dei ponti, lungo gli argini dei fiumi, in riva al mare. Leonardo ne coglieva le differenze e ne seguiva le varietà mutando la forma degli impedimenti e dei canali. Considerava le onde, ma pareva affascinato soprattutto dalla formazione dei vortici e delle turbolenze (Fig. 7). Dei vortici ha dato addirittura la legge del movimento, per primo.

Li retrosi delle acque han le sue parte tanto più veloce, quanto elle sono pììù vicine al suo centro (Leonardo 1982_b, RL 12665r).

Più importante ancora, considerava l'acqua un continuo dalle proprietà essenzialmente differenti da quelle della sabbia.

Soprattutto in questi casi si può capire cosa fosse e quanto fosse efficace il modello matematico leonardesco. Innanzitutto per lui non si possono fare troppe distinzioni tra l'abilità pittorica, la cultura matematica e le conoscenze dei fenomeni naturali. Infatti la capacità di rappresentazione geometrica va di pari passo con la maestria del disegnare le forme dei fenomeni, cioè nel dare la morfologia dei processi studiati. È uno stile di ricerca questo che è rimasto presso qualche naturalista vecchio stampo, ma che si ritrova anche nei ragionamenti geometrici di Thom (Thom 1980) e nella dinamica disegnata da Abraham (cfr. Tonietti 1986; Tonietti 2002).

La natura di Leonardo è fatta di acque che scorrono, di uccelli che volano, di vento e nuvole. La necessità di basarsi sull'esperienza e di farsi guidare dalla ragione matematica veniva spesso richiamata, come è noto, nei suoi scritti.

Fig. 7. Leonardo 1982b, tavola 29A.

Quelli che si innamorano della pratica senza la scienza sono come i nocchieri che entrano in naviglio senza timone o bussola, che mai hanno certezza dove si vadano. Sempre la pratica dev'essere edificata sopra la buona teorica, della quale la prospettiva è guida e porta, e senza questa nulla si fa bene (Leonardo 1982a, p. 56).

Ma la prospettiva Leonardo, a differenza di Piero della Francesca, la proponeva persino attraverso un vetro, come ha disegnato ai margini di un codice (Leonardo 1982a, p. 59). È tuttavia probabile che Leonardo non utilizzasse spesso tale prospettografo, difficile da impiegare per disegnare grandi ambienti. Forse esso aveva soprattutto uno scopo didattico. La tecnica arriverà comunque a Dürer.

Se scriveva

Nessuna umana investigazione si po' dimandare vera scienza, s'essa non passa per le matematiche dimostrazioni.

negava subito che potesse rimanere mentale, perché

in tali discorsi mentali non accade esperienza, senza la quale nulla dà di sé certezza (Leonardo 1979b, p. 89).

Così soprattutto,

ricordati, quando commenti l'acque, d'allegar prima la sperienza e poi la ragione (*ivi*, p. 91).

Del resto, Leonardo rivendicava alla stessa pittura il ruolo di vera scienza

Se tu sprezzerai la pittura, la quale è sola imitatrice di tutte le opere evidenti di natura, per certo tu sprezzerai una sottile invenzione, la quale con filosofica e sottile speculazione considera tutte le qualità delle forme: mare, siti, piante, animali, erbe, fiori, le quali sono cinte di ombra e lume. E veramente questa è scienza e legittima figlia di natura, perché la pittura è partorita da essa natura (Leonardo 1982a, p. 11).

La pittura per lui risultava dunque il vero strumento di conoscenza più universale della stessa lingua e meglio della filosofia. (*ivi, passim*)

Sono circoli un po' viziosi? Oppure appare un oscuro guazzabuglio, solo giustificabile specificando i differenti tempi e contesti delle affermazioni, perché «la verità sola fu figlia del tempo»? (Leonardo 1979b, p. 84) No, piuttosto anche a questo livello bisogna pensare ad un corpo organico dove il gioco delle analogie e dei rimandi ciclici spezza i fragili fili della gabbia di una logica lineare.

Provenendo dalle pratiche artigianali di una tipica bottega tuttofare del '400 come quella del Verrocchio, Leonardo oltre che alla pittura si dedicò alle opere di fortificazione (come a Piombino) e di tecnica militare (con Borgia). Per gli Sforza, oltre che affrescare il Cenacolo di S. Maria delle Grazie con *L'ultima cena* e progettare il monumento equestre andato distrutto, organizzava *feste musicali* che riempiva di scenografie e macchine meravigliose. La passione della sua vita rimane *progettare canali*, ed aggiustare fiumi tanto nel bacino dell'*Arno* che in quello dell'*Adda*. Non poteva che decidere di spegnersi in un sobborgo di Amboise sulla Loira, nella Toscana della Francia, ma ben più della sua terra natale ricca d'acque.

Cogliere la varietà, del mondo naturale, da quella dei volti a quella dei paesaggi, dalle foglie alle rocce, dalle nuvole alle alluvioni, divenne il suo tipico criterio di rilevanza, visto che quasi tutto lo incuriosiva. E dunque principalmente lo interessava il movimento della acqua che più di ogni altro fenomeno tale varietà capricciosa manifesta. Non estranei a questa valutazione di importanza erano una sua certa sensibilità *femminile* ed atteggiamenti sessuali che per quanto oscuri – rischiò perfino una condanna per omosessualità – non corrispondevano certo alla norma sociale. Addirittura Freud ci ha scritto sopra un saggio (Freud 1975).

Cercava una adesione *immediata e sensibile* di contatto diretto, quasi una immersione nei fenomeni che il senso comune gli metteva davanti. Dunque del mondo era per lui pertinente cogliere le forme e le qualità che della varietà sono i segni, non le leggi che invece esprimono la uniformità e la costanza. Avendo a disposizione un talento pittorico eccezionale, tale criterio di pertinenza trovava subito il proprio criterio di rigore. Infatti, per Leonardo dimostrare non significava argomentare in termini filosofici un discorso per difendere la verità di una frase, dimostrare significava invece rappresentare attraverso linee su un foglio: perché così il fenomeno acquista l'evidenza intuitiva di ciò che cade direttamente sotto i nostri occhi. Per questo la matematica cui si riferiva era la geometria che si disegna e non i numeri che si calcolano.

Se nelle sue opere e nelle sue pagine si sente la presenza di Aristotele, non è certo quello rifatto dagli scolastici e dai peripatetici, semmai quello sensista di Avicenna. In ogni caso ormai, dopo la matematica divina di Luca e le costruzioni geometriche statiche e finite di Piero, nei disegni di Leonardo *il mondo si muoveva*.

> *Universalmente tutte le cose desiderano mantenersi in sua natura onde il corso dell'acqua, che si muove, cerca mantenere il suo corpo secondo la potenza della sua cagione e, se trova contrastante opposizione, finisce la lunghezza del cominciato corso per movimento circulare e ritorto* (Leonardo 1979b, p. 113).

Si tratta di ciò che, in termini matematici contemporanei, si chiama la stabilità strutturale ed è la stabilità del movimento. Ma era proprio quanto si stava anche di lì a poco per perdere (Thom 1980; Tonietti 2002).

> *La Meteorologia è un rimosso della storia [...]. Ciò interessa soltanto le persone di cui i dotti si disinteressano: i contadini e i marinai [...]. Poiché è il luogo del disordine e dell'imprevedibile [...]. Poiché è il tempo delle nuvole tra le quali non bisogna avere la testa e che non si devono avere in testa.*
>
> Michel Serres

4. Galileo, o del fuoco

Piero, Luca e Leonardo sono stati tre protagonisti del mondo scientifico e culturale italiano tra '400 e '500. Luca ha lasciato tracce nelle storie come matematico, mentre Piero e Leonardo sono stati col tempo considerati quasi soltanto pittori. Eppure ho mostrato che Piero anche come matematico fosse più creativo di Luca, che era prevalantemente un trascrittore di testi altrui. Inoltre alcuni modelli dei fenomeni naturali di Leonardo soprattutto quelli idrodinamici devono essere considerati oggi così avanti al suo tempo da poter essere ripresi solo secoli dopo (Macagno 1982). Addirittura la sua legge dei vortici dovrebbe venir confrontata con quelle calcolate da Newton, il quale faceva ruotare sfere e cilindri per poter confutare Cartesio. Ma allora, perché la forma di astrazione leonardesca rivelatasi così efficace in tali casi, col tempo è stata dimenticata come modello scientifico tanto che oggi quasi nessuno nella comunità scientifica sarebbe disposto a vedere in essa della matematica? (Truesdell 1982, p. 318). Perché fenomeni naturali così rilevanti come i movimenti delle acque e dell'atmosfera sono rimasti o così poco relativamente studiati, o così drammaticamente incompresi? È successo che i criteri di rilevanza pertinenza e rigore di lì ad un secolo avrebbero assomigliato di più a quelli di Luca. Dunque parliamo ora di Galileo.

Ne *Il Saggiatore*, che uscì nel 1623 a Roma, Galileo metteva una delle frasi più celebri di tutta la storia delle scienze.

> *La filosofia è scritta in questo grandissimi libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non si impara a intendere la lingua, e conoscer i caratteri, né quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica; e i caratteri sono triangoli cerchi ed altre figure geometriche, senza i quali mezi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto* (Galileo 1964 I, pp. 631-632).

Egli voleva soprattutto distinguersi da chi credeva la filosofia essere invece un libro «come l'Iliade e l'Orlando furioso», assegnando così alle matematiche quel ruolo di demarcazione tra le scienze e le altre forme culturali che sarà soprattutto in Kant.

Nei *Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, pubblicato a Leida nel 1638 per sfuggire ai rigori del Sant'Uffizio, troviamo di nuovo affermato che «tutte le ragioni della meccanica hanno i fondamenti loro nella geometria» (Galileo 1964 II, p. 571) perché la geometria è lo strumento più potente «per acuire l'ingegno.» Così che giustamente Platone voleva i suoi allievi prima «ben fondati nelle matematiche» (*ivi*, p. 707).

Nella prima giornata dei *Discorsi*, da una discussione «intorno alla resistenza dei corpi solidi all'essere spezzati», Salviati, che è il *nom de plume* di Galileo, conduceva Sagredo e Simplicio a considerare alcuni problemi matematici. Infatti cercava di giustificare un modello nel quale la coesione fosse causata dalla presenza di opportuni vuoti che agissero tra di loro come la forza esercitata da due lastre di vetro messe a stretto contatto. Se risulta più difficile spezzare il metallo che staccare due lastre di vetro è proprio perché tali vuoti sarebbero moltissimi. Infatti si possono ottenere grandi effetti anche senza grandi cause, come pagare un esercito dove non basterebbe «un million d'oro di Spagna» imponendo tasse a tutti per ottenere i soldi da dare a ciascun soldato, o far trasportare una nave di grano dalle formiche visto che ciascuna ne può sopportare un chicco. Ma tutti questi vuoti non si vedono né lasciano passare l'aria o l'acqua, anche se il fuoco che fonde il metallo stacca le particelle di materia e libera i vuoti. Dunque dovrebbero essere da un lato piccoli oltre ogni osservazione e dall'altro infinitamente numerosi, ma allora come potrebbero essere contenuti in un corpo finito? Galileo tentava allora di produrre un modello matematico per arrivare ad una conclusione «razionale», ma quanto riusciva a fare era solo ridurre un paradosso fisico ad altri paradossi matematici.

Ne esaminava alcuni, come quello aristotelico di due cerchi concentrici di differente diametro che rotolano per la medesima distanza nonostante le lunghezze delle circonferenze siano differenti (Fig. 8).

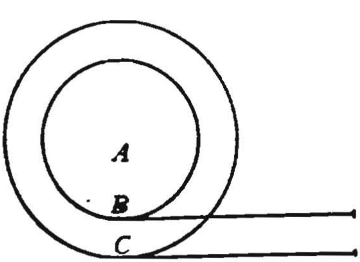

Fig. 8.

Oppure faceva notare come i quadrati di interi risultassero infiniti come gli interi stessi e pur tuttavia essi quadrati fossero anche meno numerosi degli interi, perché non tutti i numeri interi sono quadrati perfetti. Seguendo lo stile di Archimede, trasformava la circonferenza in un poligono regolare di infiniti lati infinitamente corti, che veniva fatto rotolare al di lei posto lungo una retta continua, risolta nelle sue infinite parti attraverso infinite divisioni. Dovunque si rigirasse, Galileo si ritrova dinnanzi l'infinito e l'infinitamente piccolo, ma questo passaggio benché necessario per il modello e benché suggerito dai paradossi, egli non sembrava disposto a fare. Addirittura, pensando che un cerchio di raggio sempre più grande fino all'infinito diventasse una retta, Galileo provava «repugnanza e contrarietà di natura [...] poiché questo muta talmente l'essere, che totalmente perde l'essere e il poter essere: ché già ben chiaramente comprendiamo non si poter dare un cerchio infinito» (*ivi*, pp. 610-611).

Perfino lo stile letterario galileiano relativamente chiaro, nonostante oggi ci appaia irrimediabilmente verboso stante la mancanza di concisione simbolica da lui stesso avvertita, (*ivi*, p. 598), in queste pagine si appannava alquanto fino ad assumere effetti comici.

> *ed insomma gli infiniti lati indivisibili del maggior cerchio con gli infiniti ritiramenti loro, fatti nelle infinite intantanee dimore de gl'infiniti termini de gl'infiniti lati del minor cerchio, e con i loro infiniti progressi, eguali a gl'infiniti lati di esso minor cerchio compongono e disegnano una linea uguale alla descritta dal minor cerchio [...]* (*ivi*, p. 623).

Era stato infatti costretto ad ammettere che, per sortire dall'oscuro labirinto dove si era cacciato, gli sarebbe servito ben più delle sue care matematiche, ridotte ad «umani capricci»,

> *ché tali meritatamente possiamo nominargli in comparazione delle dottrine soprannaturali, sole vere e sicure determinatrici delle nostre controversie, e scorte inerranti ne i nostri oscuri e dubbii sentieri o più tosto labirinti* (*ivi*, p. 602).

Qui, di fronte ai misteri degli infiniti e degli infinitesimi, anche all'alta fantasia di Galileo mancò possa, come era mancata a frate Luca di fronte agli irrazionali. Certo non si può rimproverare a Galileo di non aver inventato il calcolo infinitesimale come Newton e Leibniz o la classificazione degli insiemi infiniti come Cantor – che del resto avrebbero anch'essi lasciato a loro modo paradossi in odore di divinità – ma un maggior uso degli «indivisibili» di Bonaventura Cavalieri o degli «infinitesimi» archimedei di Luca Valerio, matematici suoi contemporanei, gli avrebbe giovato.

Nel *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo* (1632), a commento dei propri metodi di misura, faceva dire all'avversario Simplicio

> *con Aristotele che nelle cose naturali non si deve sempre cercare una necessità di dimostrazione matematica* (*ivi*, pp. 27-28).

Galileo per questo viene spesso considerato il principale iniziatore del metodo scientifico quantitativo moderno. Eppure le nostre abitudini quantitative sono relativamente differenti da quelle che si trovano in queste celebri pagine perché l'algebra dei numeri e dei simboli ne resta praticamente assente. Infatti egli considerava i rapporti e le proporzioni tra grandezze geometriche e dunque la struttura matematica della sua argomentazione rimaneva la geometria euclidea.

Come tutti sanno, i suoi studi prediletti ed i suoi risultati maggiori riguardano il moto dei corpi solidi sia celesti che terrestri. I pianeti che ruotano nel cielo di Galileo non sono soggetti ad attrito né diffondono la musica delle sfere; la stessa cosa Galileo pensava dei corpi che cadono sulla terra e per questo doveva astrarre dalla forma e togliere il mezzo nel quale si muovono. A tale scopo, i fenomeni da studiare venivano preparati attraverso un apparato sperimentale che permetteva le misure, ma che fungeva anche implicitamente da criterio di rilevanza. Infatti, questa operazione di isolamento e semplificazione non risulta possibile in tutti i casi od almeno così efficace come costruire canocchiali per i satelliti di Giove, o torri per far cadere palle di cannone. Dunque Galileo si è occupato relativamente poco dell'acqua, e quando lo faceva si limitava alla statica.

Aristotele nel *De Coelo*, sosteneva che fosse la forma la causa del galleggiamento. Galileo nel *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua o che in quella si muovono* del 1612, in polemica diretta con tale posizione, considerava come causa la sola forza di Archimede. Annullava così non solo il problema della stabilità di una barca che dipende criticamente dalla forma dello scafo, ma finiva per distorcene anche il movimento cancellando addirittura la resistenza del mezzo (Galileo I, p. 451; Galileo II, p. 642). Ne *Il Saggiatore*, negava persino che il movimento potesse generare calore come ritenuto dagli aristotelici perché l'attrito sarebbe possibile solamente tra i corpi solidi, non con l'aria e con l'acqua. Se quella aristotelica – e di Leonardo – era una dinamica dei e nei fluidi, quella galileiana risultava invece una dinamica dei solidi da ricondurre sempre alle condizioni ideali del vuoto.

La fisica di Galileo avrebbe voluto allora proiettare la terra nel cielo, come il fuoco dei cannoni, ma poiché il loro effetto era ancora insufficiente usava l'astrazione matematica per far levitare la materia nell'eternità della legge.

Galileo appariva un professore universitario che frequentava le corti insieme agli arsenali navali e militari. Le sue osservazioni sui corpi celesti gli sono servite anche per fare gli oroscopi al Gran Duca di Toscana. Il cannocchiale da lui costruito per i veneziani veniva usato da loro certamente più spesso per fare osservazioni durante la navigazione che per altro. Tuttavia, oltre a dover essere rilevanti in tale contesto, i modelli matematici galileiani si rivolgevano agli studiosi ed ai teologi di mezza Europa cercando di convincerli e di resistere ai loro attacchi. Per farsi intendere da costoro il nostro scienziato di Pisa scriveva i suoi grandissimi libri che ho aperto innanzi agli occhi (io dico la scienza moderna) usando l'argomentare tipico della loro comune cultura accademica. In quella comunità, nessuno avrebbe accettato di scendere al basso profilo dell'algebra numerica che non sapeva offrire molto più di ricette per risolvere problemi particolari. Quando si discuteva dei massimi sistemi, la divina verità poteva scender solo attraverso i teoremi di una matematica consolidata nella tradizione, come parteipe del cielo delle idee eterne. Dunque il criterio di rigore più sicuro per Galileo rimaneva la geometria di Euclide e non gli sperimentalismi ancora incerti dei suoi contemporanei ed allievi. Tale criterio di rigore costituiva anche il suo limite maggiore, che Newton e Leibniz supereranno proprio grazie all'algebra col tempo nobilitata nei simboli di Viète e nella geometria analitica di Descartes.

Quando Galileo-Salviati cercava di convincere Simplicio della necessità di togliere «gli impedimenti della materia» per poter essere assunto nel ciclo della scienza, sosteneva che «quello che accade in concreto, accade nell'istesso modo in astratto». Come «i numeri astratti» corrispondono «alle monete d'oro e d'argento ed alle mercanzie in concreto», ma a patto che quando si vadano a calcolare «gli zuccheri, le sete e le lane» si facciano anche le debite tare per le casse e gli imballaggi (Galileo 1964 II, p. 260). Con questa bella metafora mercantile, Galileo fondava la moderna modellizzazione matematica che si basa essenzialmente sul giustificare quanto venga trascurato. Ma, per capire perché venisse tralasciato proprio l'attrito – e non altro – d'ora in poi nei fondamenti della meccanica, bisognerebbe comprendere perché sia stato dimenticato Leonardo ed invece sviluppato Galileo.

Certo il contesto dove viveva Galileo non era più adatto ad ascoltare il linguaggio semicolto di un Leonardo (Maccagni 1982) che infatti veniva citato una sola volta dal filosofo pisano e come autore del trattato di pittura. Se quest'ultimo faceva parte coerente del mondo culturale artigianale, ora l'età mercantile si rinforzava nella manifattura, mentre l'allargamento dei traffici dal Mediterraneo all'Atlantico grazie alle conquiste di Colombo, spostava il baricentro europeo verso Nord. In ogni caso i modelli leonardeschi non potevano essere cancellati del tutto, venivano da più lontano (Serres 1977; Thom 1980; Tonietti 1983; Tonietti 2002) e sarebbero andati più lontano.

Et lui se devait considérer comme un modèle de bel animal pensant, absolument souple et délié; doué de plusieurs modes de mouvement; sachant, sous la moindre intention du cavalier, sans défenses et sans retards, passer d'une allure à une autre. Esprit de finesse, esprit de géométrie, on les épouse, on les abandonne, comme fait le cheval accompli ses rythmes successifs [...] (Valery 1957, p. 74).

Aggiunta 2004

Il testo precedente era stato scritto tra il 1986 ed il 1987 per un progetto enciclopedico chiamato AMELA (Aire méditerranéenne et latino-américaine) e diretto da José Vidal-Beneyto, non realizzatosi. Contribuiva alla sezione intitolata «La science dans ses contextes», insieme ad altri due articoli, «Capricci di mare e calcoli di sabbia», «La carta, la mente ed il continuo» accompagnati dai saggi di Aldo Brigaglia e Beppe Longo. Il testo è rimasto quello, tranne alcune poche modifiche suggerite da Franco Ghione che ringrazio.

Tuttavia non si può ignorare che in vent'anni il contesto sia cambiato la sua parte. Allora, la comunità dei matematici sembrava ancora dominata dalle esasperate astrazioni e formalizzazioni bourbachiste, mentre oggi non si fa altro che parlare di modelli matematici, di complessità e di cultura, a proposito ed a sproposito. Persino l'ambiente italiano, con le nuove proposte per i curricula degli studi, ha scoperto i laboratori per la matematica. Forse i proponenti spererebbero di ripetere il miracolo delle botteghe laboratorio rinascimentali. Ma questi momenti nell'evoluzione delle scienze matematiche non appaiono trasferibili. Sono particolarmente diversi i criteri di rilevanza, di pertinenza e di rigore. Cioè sono cambiati nel frattempo alcune volte nella storia i problemi considerati importanti, così come sono mutate le soluzioni relative considerate accettabili nei vari contesti. Va ricordato come certi teoremi siano stati con ricorrenza ridimostrati varie volte, perché il modello di rigore seguito in precedenza nell'argomentazione non veniva più considerato valido.

Oggi, i criteri per l'argomentare in matematica sono venuti man mano a dipendere anche dai computer, le quali macchine non sono certo le stesse disegnate da Leonardo. Ed altro ci sarebbe allora da aggiungere sulla attuale comunità dei matematici, la quale non sembra consapevole dei molti, troppi limiti che si pone accettando in modo generalmente acritico quanto le viene imposto dal mercato globale. Ma questa è un'altra storia; oppure una variante di quelle vecchie?

Bibliografia

Leonardo e l'età della ragione, a cura di E. Bellone e P. Rossi, Milano Scientia, 1982.

Daly Davis M., *Piero della Francesca's Mathematical Treatises*, Ravenna, Longo Editore, 1977.

Freud S., *Leonardo* (1910), Torino, Boringhieri, 1975.

Galileo Galilei, *Opere*, Torino, Utet, 1964.

Ghione F., «Breve introduzione sul contenuto matematico del *De Prospectiva Pingendi* di Piero della Francesca», in *L'occhio di Horus. Itinerari nell'immaginario matematico*, a cura di M. Emmer, Roma, Enciclopedia Italiana, 1989.

Leonardo da Vinci, *I Codici di Madrid*, Firenze e Maidenhead E., Giunti-Barbèra e McGraw-Hill, 1974.

Il Codice Atlantico, a cura di A. Marinoni, Firenze, Giunti-Barbèra, 1975-1980.

Corpus of Anatomical Studies... of Windsor Castle, a cura di K. Keele e C. Pedretti, Firenze e London, Giunti-Barbèra, 1979a.

Frammenti Letterari, a cura di E. Solmi, Firenze, Giunti-Barbèra, 1979b.

Trattato della pittura, Milano, Savelli, 1982a.

Studi di natura della biblioteca reale del Castello di Windsor, a cura di C. Pedretti, Firenze, Giunti-Barbèra, 1982b.

Macagno E.O, «Mechanics of Fluids in the Madrid Codices», in Bellone E. e Rossi P., *Leonardo e l'età della ragione* cit. pp. 332-374.

Maccagni C., «Considerazioni preliminari alla lettura di Leonardo», in Bellone E. e Rossi P., op. cit., pp. 53-67.

Pacioli L., *De Divina Proportione*, Venezia, Paganino de Paganini, 1509.

De Divina Proportione, a cura della Biblioteca Ambrosiana, Milano 1956.

Piero della Francesca, *De Quinque Corporibus Regularibus*, a cura di G. Mancini, *Atti della Regia Accademia dei Lincei*, Memorie di Scienze Morali Storiche e Filologiche, Serie V, Vol. XIV (1909-1916), 1913, pp. 488-580.

De Prospectiva Pingendi, a cura di G. Nicco Fasola, Firenze, Sansoni, 1942.

Trattato d'abaco, a cura di G. Arrighi, Pisa, Domus Galileana, 1970.

Leonardo scienziato, a cura di L. Reti, Firenze e Maidenhead E., Giunti-Barbèra e McGraw-Hill, 1981.

Serres M., *La naissance de la physique dans le texte de Lucrèce*, Paris, Editions de Minuit, 1977.

Thom R., *Stabilità strutturale e morfogenesi*, Torino, Einaudi, 1980.

Tonietti T., «Elementi antigalileiani nelle scienze contemporanee: Eraclito, Aristotele, Lucrezio, Leonardo», in *Atti del III Congresso Nazionale di Storia della Fisica*, a cura di F. Bevilacqua e A. Russo, Palermo, Centro Stampa Facoltà di Ingegneria, 1983.

«Capricci di mare e calcoli di sabbia», manoscritto, 1986.

Catastrofi. Il preludio della complessità, Bari, Dedalo, 2002.

Truesdell Clifford A., «Fundamental Mechanics in the Madrid Codices», in Bellone E. e Rossi P., op. cit., 1982, pp.. 309-324.

Valéry P., *Introduction à la méthode de Léonard de Vinci*, Paris, Gallimard, 1957.

Zeeman C., *Catastrophe Theory*, Reading (Mass.), Addison-Wesley, 1977.